

Практическое занятие №5

Применение SciLab в научных исследованиях

Внимание! Вариант задания соответствует порядковому номеру в списке и будет закреплен за вами на протяжении всего семестра.

Внимание! Все графики должны быть аккуратно сохранены через Файл-Сохранить и должны быть аккуратно оформлены: подпись на графике, подписи осей. Отчеты с плохо оформленными графиками будут отправляться на доработку.

1. Решение традиционных задач вычислительной математики

Для решения задач этого раздела студенту необходимо использовать соответствующий материал из курсов высшей математики. Наличие большой библиотеки функций, реализующей различные алгоритмы основных методов вычислительной математики встроенной в систему, значительно облегчает задачу программиста, хотя и требует ясного представления об используемых численных методах и правил обращения к этим функциям.

Задание 1. Интерполяция функций. Для заданных функций задать таблицы значений в заданных интервалах и построить для них различные интерполяционные функции по вариантам.

Интерполяция — в вычислительной математике способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений.

Простейшим и часто используемым видом локальной интерполяции является линейная (или кусочно-линейная) интерполяция. Она заключается в том, что узловые точки соединяются отрезками прямых (рис.1), то есть через каждые две точки (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) проводится прямая, то есть составляется полином первой степени:

$$F(x) = a_0 + a_1 \cdot x \text{ при } x_{i-1} \leq x \leq x_i$$

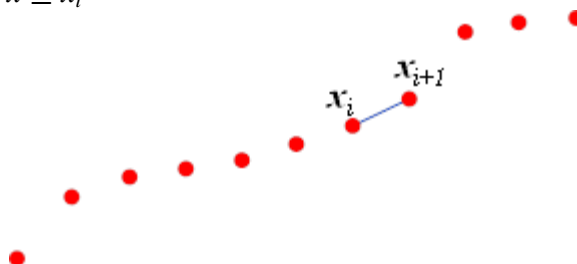


Рис. 1. Линейная интерполяция

Линейная интерполяция в SciLab задается с помощью команды **y=interp1n(z,x)**, где **z** - матрица исходных данных; **x** - вектор абсцисс; **y** - вектор значений линейного сплайна в точке **x**.

В случае квадратичной интерполяции, для каждой трех узловых точек (x_{i-1}, y_{i-1}) , (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) , строится уравнение параболы:

$$F(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 \text{ при } x_{i-1} \leq x \leq x_{i+1}$$

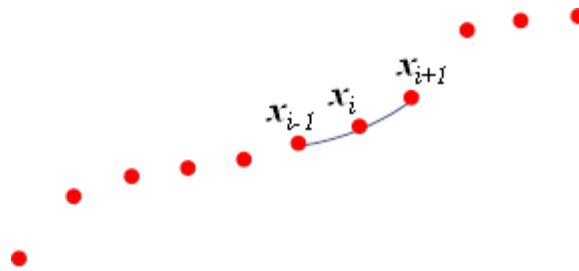
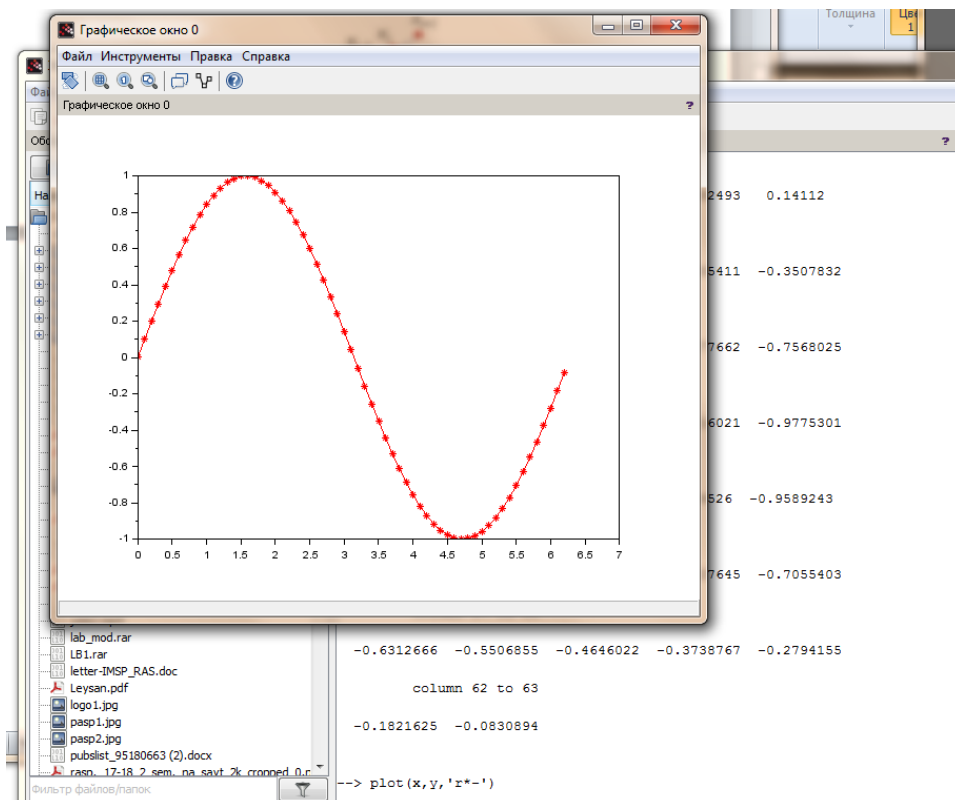


Рис.2. Квадратичная интерполяция

Квадратичная интерполяция в SciLab задается с помощью команды **d=splin(x,y)**, а затем рассчитываются значения интерполяционного полинома в точке **y=interp(t,x,y,d)**. Функция **d=splin(x,y)** имеет следующие параметры: x-строгий возрастающий вектор, состоящий минимум из двух компонент; y - вектор того же формата, что и x; d - результат работы функции, коэффициенты кубического сплайна.

Пример:

Рассмотрим функцию $y = \sin(x)$ на интервале $0 < x < 2\pi$. Создадим массив x с шагом 0.1 и построим график функции y . (красная линия, точки обозначены *)



Далее интерполируем график на участке $2.5 < x < 3$ с шагом меньше, чем был задан ранее для массива x с помощью следующих команд:

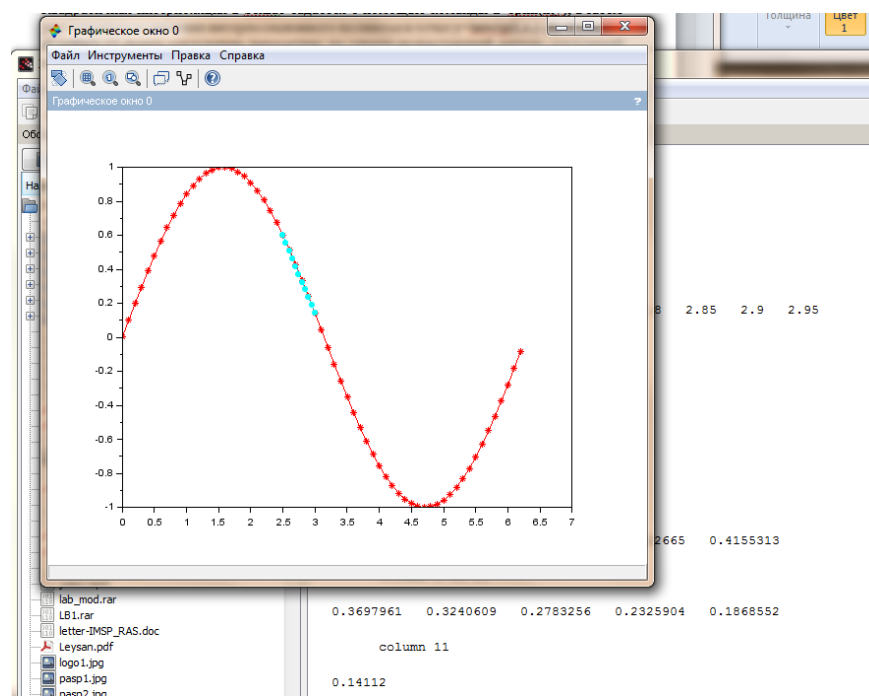
`t = 2.5:0.05:3` // Задали участок интерполирования с малым шагом 0.05

`z = [x;y]` // Задали матрицу исходных данных, то есть наш интервал x для функции y и саму функцию y

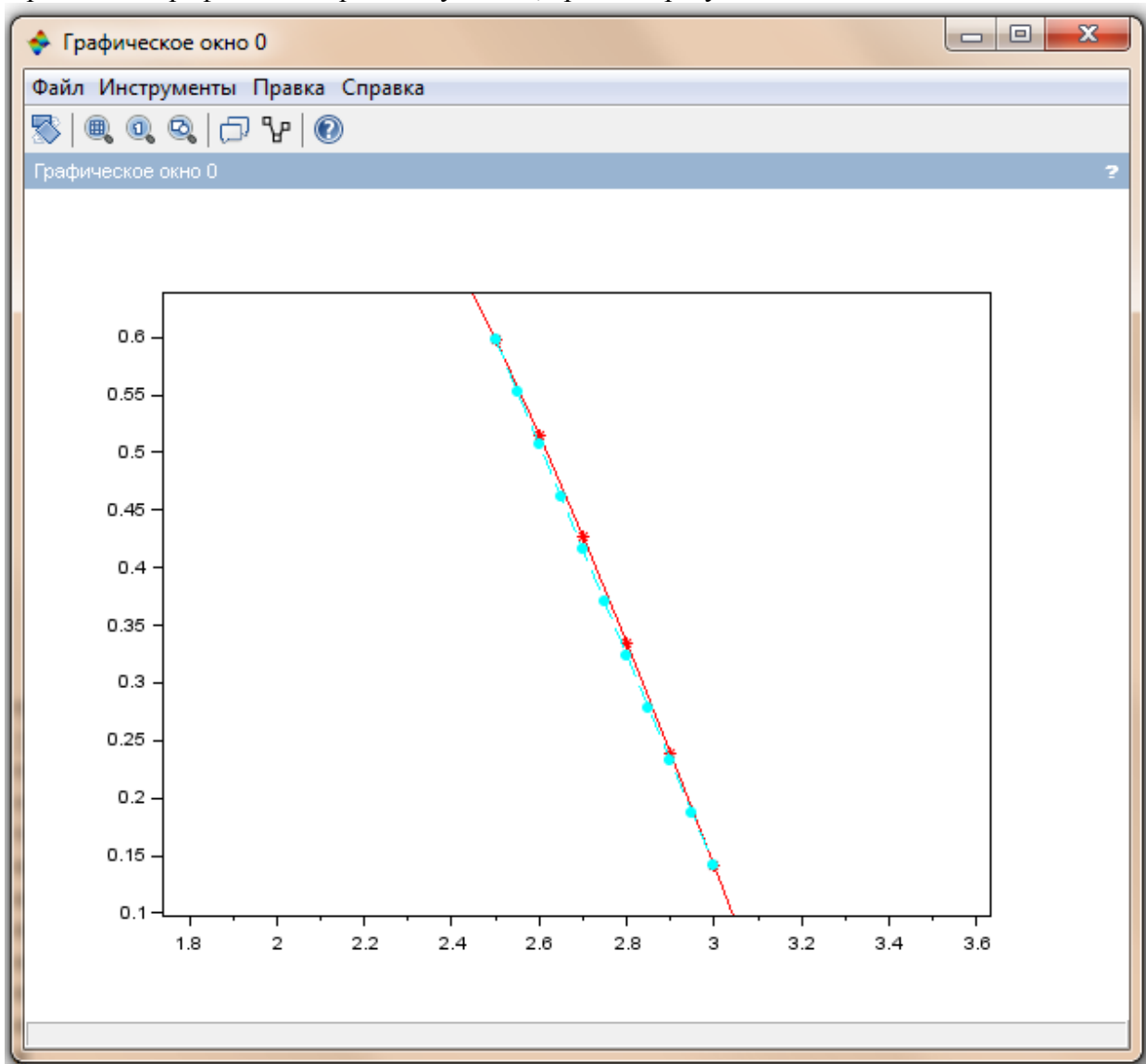
`res=interp(t,z)` //Вызвали функцию линейной интерполяции

Нарисуем график новой функции, так, чтобы цвет и обозначение точек отличались (голубая линия с кружками).

В результате получим



Приближим график на выбранном участке, сравним результат:



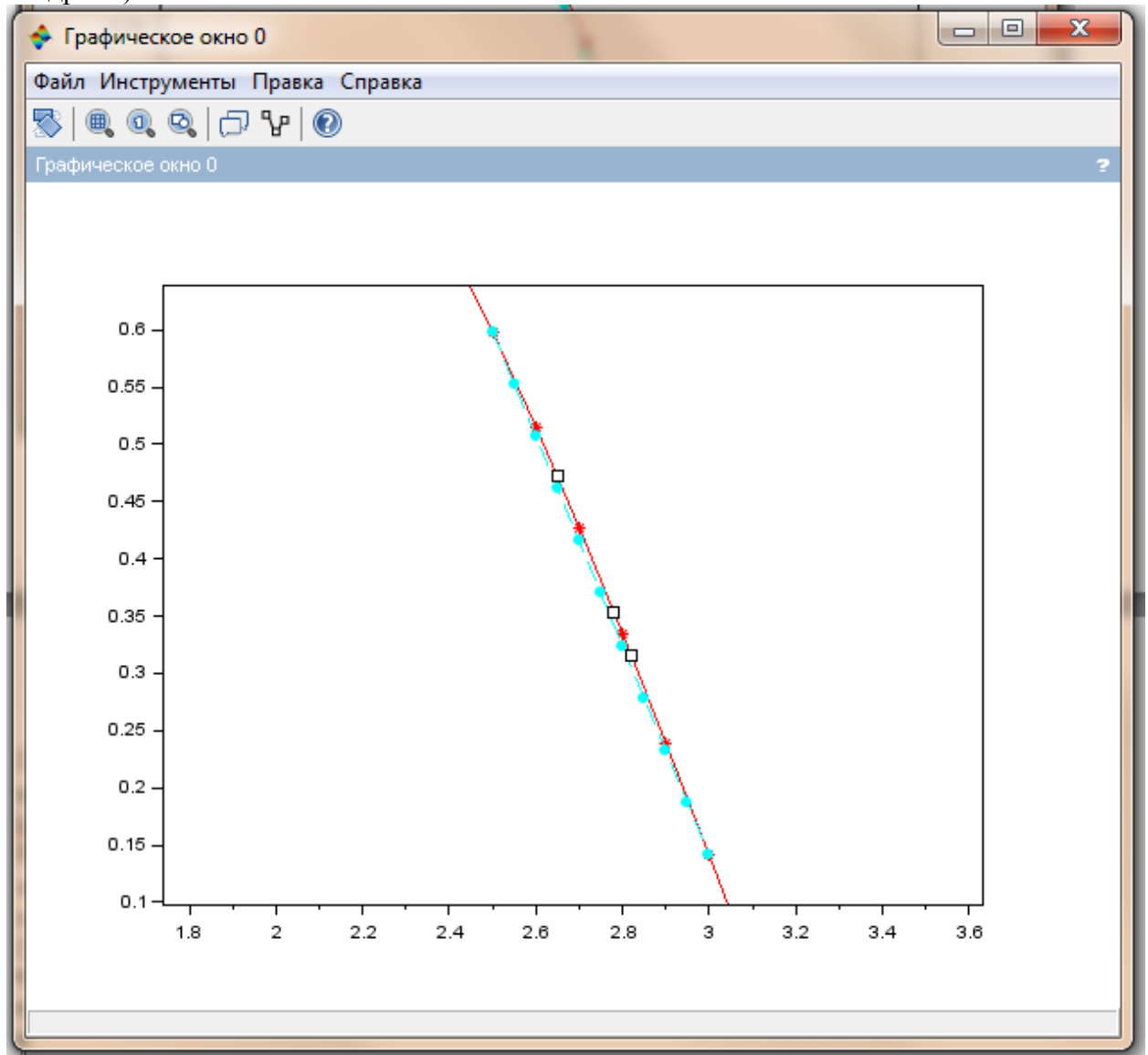
Проведем квадратичную интерполяцию в трех новых точках в ранее использованном интервале:

```
koeff=spln(x,y) // Найдем коэффициенты кубического сплайна
```

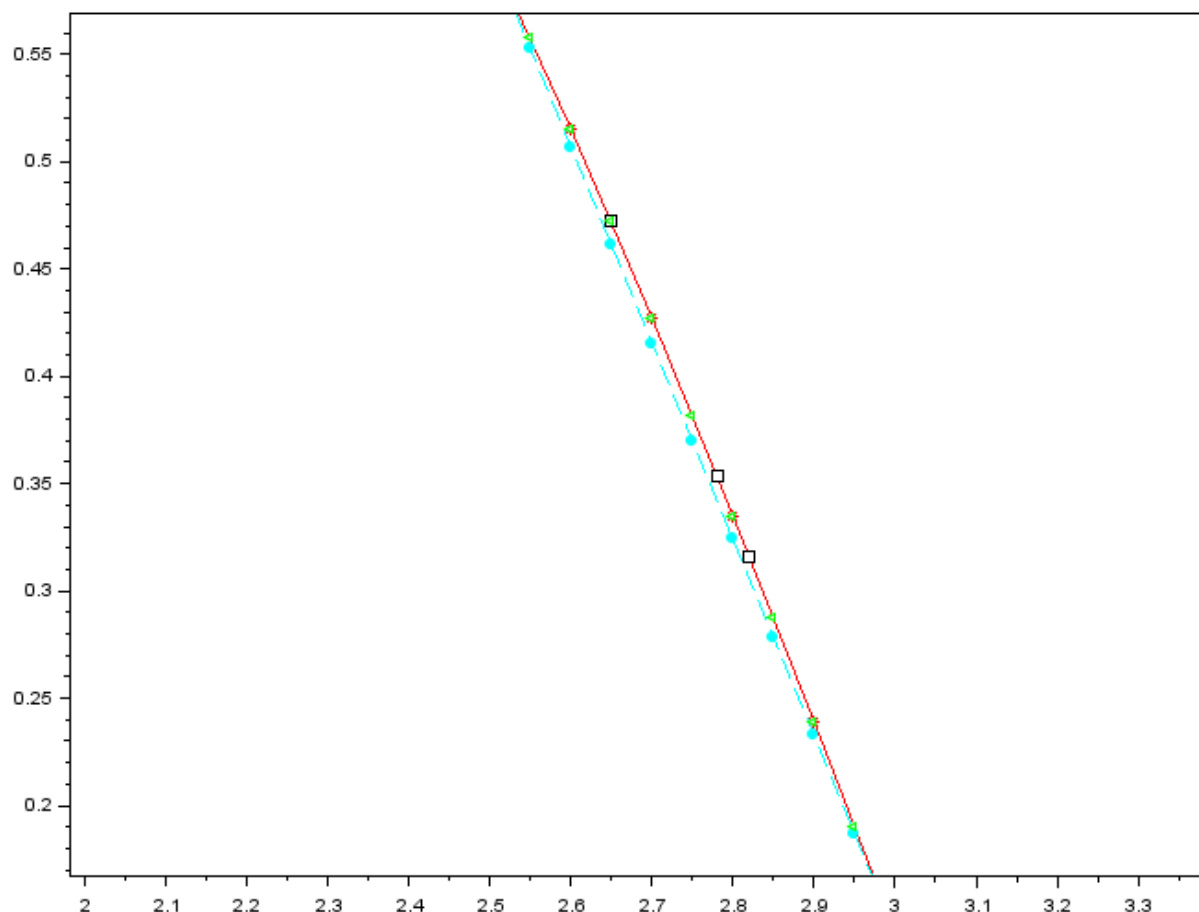
```
P=[2.65 2.78 2.82] // Зададим нужные точки (аналогично тому как мы задавали интервал значений t ранее, только в данном случае выбираем конкретные значения)
```

```
res2=interp(P,x,y,koeff) //Проведем интерполяцию с нужными нам значениями
```

Построим точки на кривую и приблизим график. В результате получим (черные квадраты):



Теперь вместо трех точек используем прежний интервал значений и поставим на график новые точки (зеленые треугольники).



Как видно из рисунка, квадратичная интерполяция для данной функции дает более точное совпадение кривых.

Проделайте все действия для своего варианта. Не лишним будет сначала повторить то, что сделано в примере, однако в отчет это вставлять не требуется. В отчете должны быть соответствующие графики по вашему варианту. Несовпадение кривых при использовании двух разных методов не является обязательным, поскольку некоторые функции хорошо интерполируются линейно. Участок для интерполяции и шаг с которым формируется массив x выберите самостоятельно.

Вариант	Задание
1	$y = \cos x$ при $0 < x < 2\pi$
2	$y = \exp(x)$ при $-1 < x < 1$
3	$y = \operatorname{tg}(x)$ при $-\pi < x < \pi$
4	$y = \operatorname{ctg}(x)$ при $0 < x < 2\pi$
5	$y = \ln(x)$ при $0 < x < 1$
6	$y = x^2$ при $0 < x < 2$

7	$y = \sqrt{x}$ при $0 < x < 3$
8	$y = \log(x)$ при $0 < x < 4$
9	$y = 3x^3$ при $-1 < x < 2$
10	$y = x^2 + x$ при $-2 < x < 1$
11	$y = \log(x)$ по основанию 2 при $0 < x < 3$
12	$y = x + \cos(x)$ при $0 < x < 2\pi$
13	$y = x^3 + 7$ при $-2 < x < 4$
14	$y = x^2 + x^4$ при $-3 < x < 2$
15	$y = \frac{x}{2} + x^2$ при $-2 < x < 2$
16	$y = x + \sin(x) + 3$ при $0 < x < \pi$
17	$y = x^3 + \cos(x)$ при $-2 < x < 1$
18	$y = \sin(x) + \cos(x)$ при $-2\pi < x < 2\pi$
19	$y = \cos(x) + \frac{x}{3}$ при $-1 < x < 4$
20	$y = e^x$ при $-2 < x < \pi$

Задание 2. Аппроксимация экспериментальных данных. Методом наименьших квадратов по экспериментальным данным подобрать такую аналитическую функцию, которая подходит к экспериментальным точкам, насколько это возможно.

Пусть в результате проведения эксперимента были получены данные, отображенные в виде таблицы.

x	$U, \text{ В}$	132	140	150	162	170	180	190	200	211	220	232	240
y	$P, \text{ Вт}$	330	350	385	425	450	485	540	600	660	730	920	1020

Рассмотрим зависимость потребляемой из сети мощности от входного напряжения. На рис. 3 зависимость представлена на графике. Очевидно, что описать такую зависимость каким-либо известным уравнением с высокой точностью достаточно сложно.

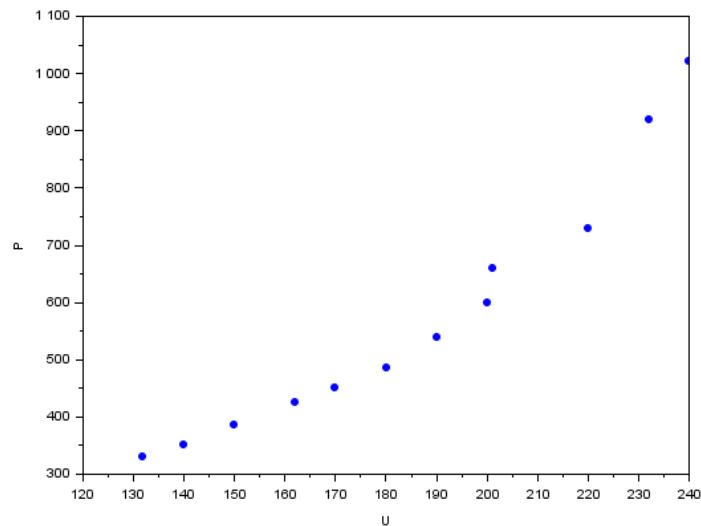


Рис. 3. График зависимости потребляемой из сети мощности от входного напряжения

Метод наименьших квадратов — математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомых переменных. Проще говоря, метод наименьших квадратов позволяет получить коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 формулы $y = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3$, описывающей кривую, которая будет лежать на экспериментальных точках (x, y) . На рис. 4 построены экспериментальные точки из рис. 3. Метод наименьших квадратов позволит получить уравнение, описывающее некоторую функцию и провести через все точки линию (показана синим цветом).

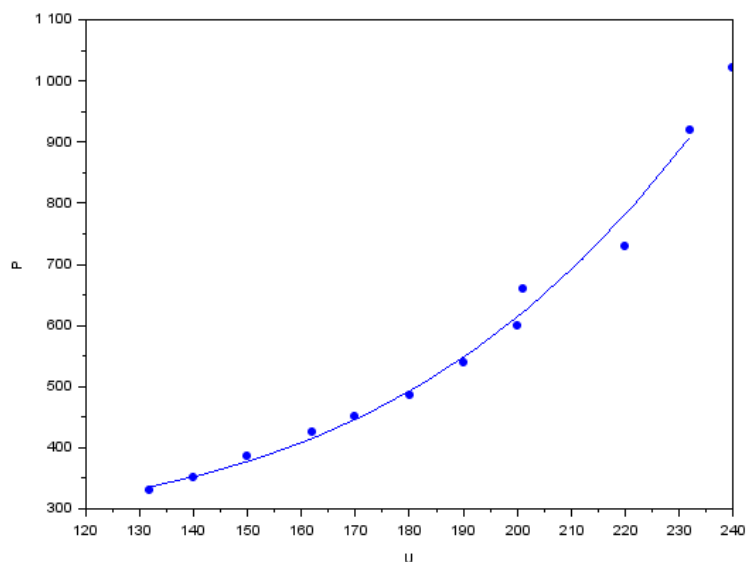


Рис. 4. Пример кривой, проведённой через точки, имеющие нормально распределённое отклонение от истинного значения.

Для решения этой задачи в SciLab предусмотрена функция **[a,S]=datafit(F,z,c)**, где F - функция, параметры которой необходимо подобрать; z - матрица исходных данных; c - вектор начальных приближений; a - вектор коэффициентов; S - сумма квадратов отклонений измеренных значений от расчетных.

Пример:

// Введем функцию соответствующую методу наименьших квадратов

```

--> function [zr]=G(c,z)
> zr=z(2)-c(1)-c(2)*z(1)-c(3)*z(1)^2-c(4)*z(1)^3
> endfunction
// Введем исходные данные из таблицы
--> x=[132 140 150 162 170 180 190 200 201 220 232 240]
--> y=[330 350 385 425 450 485 540 600 660 730 920 1020]
// Создадим матрицу исходных данных
--> z=[x;y]
// Создадим вектор начальных приближений. В данном случае все коэффициенты
положим равными нулю
--> c=[0;0;0;0]
// Воспользуемся встроенной функцией
--> [a,err]=datafit(G,z,c)
В результате получим:
err =
    5067.4779

a =
    0.1097186
    6.4869449
   -0.0546396
    0.0001877

```

Здесь err – это ошибка приближения, а – коэффициенты уравнения $y = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3$ соответственно. Функция, теоретически описывающая экспериментальные точки выглядит как $y = 0.1097186 + 6.4869449 \cdot x - 0.0546396 \cdot x^2 + 0.0001877 \cdot x^3$

Постройте график точками и сверху проведите полученную кривую. Для этого лучше сначала задать диапазон $t=132:10:250$ и задать выражение $\text{Curve} = a(1) + a(2)*t + a(3)*t^2 + a(4)*t^3$ с ранее рассчитанными коэффициентами и применить функцию plot. В результате получите вид графика, показанного на рис. 4.

Проделайте все действия для своего варианта. Не лишним будет сначала повторить то, что сделано в примере, однако в отчет это вставлять не требуется. В отчете должны быть соответствующие коэффициенты и график по вашему варианту. Оцените по виду графика на сколько точно были рассчитаны коэффициенты.

Варианты:

Вариант 1. Зависимость коэффициента теплопроводности водяного пара от температуры

T, C°	50	60	390	420	500	550	700	720	730	850	860
$\lambda \cdot 10^3$, Вт/м·К	17	16	53	56	68	70	92	102	102	123	120

Вариант 2. Зависимость коэффициента теплопроводности гидрофобизированные мата от температуры

T, C°	22	50	70	80	100	150	200	220	250	270	300
λ , Вт/м·C°	0.034	0.04	0.05	0.055	0.062	0.075	0.078	0.084	0.094	0.1	0.116

Вариант 3. Зависимость положения в пространстве от времени

t, с	0	0.5	1	1.5	2	2.5	2.7	3	3.2	3.6	4	4.2
s, м	0	0.2	0.3	0.54	1.22	1.95	2.3	2.7	3	4	4.8	5.3

Вариант 4. Количество N известных квазаров как функция времени

t, год	1965	1970	1975	1980	1984	1986	1990	1994	1996	1998	2000	2006
log(N)	2	2.2	2.8	3.3	3.4	3.45	3.6	3.85	4	4.15	4.4	5

Вариант 5. Давление насыщения водяного пара как функция температуры

T, C°	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95	100
P, Па	20	21	38	63	100	122	200	320	470	700	800	990

Вариант 6. Растворимость соли KNO₃ как функция температуры

T, C°	0	10	20	30	40	45	50	55	60	62	65	70
R	13	21	32	40	61	70	85	92	106	115	121	136

Вариант 7. Растворимость соли NaNO₃ как функция температуры

T, C°	0	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	80
R	72	80	87	92	102	110	113	114	121	130	135	147

Вариант 8. Растворимость соли NaNO₃ как функция температуры

T, C°	0	10	20	30	40	45	50	60	65	70	80	90
R	4	6	8	10	14	15	17	22	27	30	37	47

Вариант 9. Потеря производительности труда как функция температуры в помещении

T, F	70	75	80	82	85	86	87	88	89	90	95
P, %	0	4	10	12	19	21	22	25	30	31	50

Вариант 10. Проводимость NaCl как функция температуры

T, C°	0	2	4	6	7	11	13	15	16	17	18	20
C	4	4.3	4.6	4.8	6	7.8	8	8.2	10.2	11	11.5	12

Вариант 11. Зависимость энергии дефекта упаковки как функция температуры

T, K	200	220	250	300	320	350	400	450	470	500	550	600
E, Дж/м ²	19	20	20	22	25	28	31	45	50	54	66	75

Вариант 12. Зависимость энергии дефекта упаковки как функция температуры

T, K	200	220	250	300	320	350	400	450	470	500	550	600
E, Дж/м ²	38	39.5	40	43	45	49	55	68	71	75	85	93

Вариант 13. Напряжение на границах как функция деформации

ε	0	0.3	1	1.3	1.7	2	2.5	2.7	3	3.4	3.8	4
σ, Н/м ²	0	1.1	2.4	2.7	2.9	3.05	3.4	3.45	3.6	3.8	3.9	3.95

Вариант 14. Сила, действующая на объект как функция соотношения размеров сторон

b/d	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.9
F, Н	0.97	0.99	1	1.03	1.04	1.06	1.1	1.13	1.2	1.3	1.33	1.7

Вариант 15. Сила, действующая на объект как функция соотношения размеров сторон

b/d	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	0.5	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.9
F, Н	0.905	0.91	0.92	0.94	0.95	0.95	1	1.03	1.05	1.11	1.18	1.43

Вариант 16. Зависимость температуры тела при введении препарата от времени суток

t	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
T, C°	40.9	41	40.85	41.05	41.1	41.2	41.25	41.3	41.6	41.55	41.7	41.8

Вариант 17. Зависимость размера наночастицы от времени в процессе роста

S, мкм	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t, ч	67	62	60	63	74	81	88	100	118	130	146

Задание 3. Провести аппроксимацию экспериментальных данных по другой формуле.

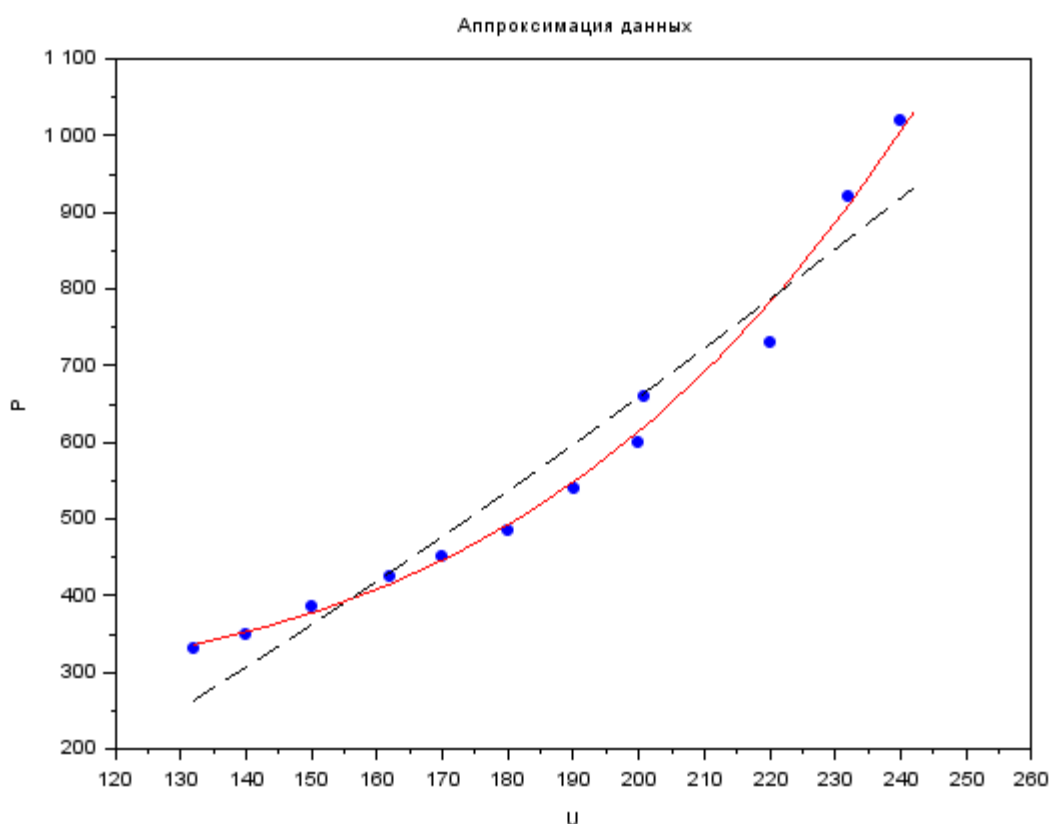
Итак, если использовать формулу $y = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3$, то мы получим вид графика, показанного на рис.4. Теперь для тех же экспериментальных данных применим формулу $y = a_1 \cdot x^{a_2} + a_3$. Листинг сделать по аналогии с предыдущим, заменив

```
> zr=z(2)-c(1)-c(2)*z(1)-c(3)*z(1)^2-c(4)*z(1)^3
```

на новую функцию

```
> zr=z(2)-c(1)*z(1)^c(2)-c(3)
```

В результате чего получим другой вид кривой (черный пунктир):



Очевидно, что для выбранного набора экспериментальных данных первая формула для аппроксимации является лучшим вариантом.

Задание 4. Построить гистограмму на примере распределения времени жизни локализованного колебания атома водорода при заданной температуре.

Как известно, процессы, происходящие при повышенных температурах, являются статистическими, поэтому, если необходимо вычислить какую-либо величину при термодинамическом равновесии исследователь проводит некоторое количество повторений эксперимента.

Рассмотрим задачу определения времени жизни локализованного колебания атома водорода в наводороженном графене. Как показали исследования, некоторые атомы водорода обладают энергией, значительно превышающей среднюю энергию по кристаллу. В условиях абсолютного нуля температуры такие локализованные колебания могли бы

жить бесконечно долго. Однако наличие термофлуктуаций сильно понижает время жизни локализованного колебания, причем, чем выше температура кристалла, тем меньше будет время жизни.

В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 50 К, который мы зададим как массив *t*.

```
t=[8.28 24.09 18.2 23.32 8.43 22.0 12.85 22.93 10.76 11.31 20.76 17.66 10.29 24.87...
22.54 16.42 5.1 9.13 9.44 17.51 22.39 16.73 11.54 13.0 12.46 13.16 32.23 23.24 15.1...
18.36 8.97 6.5 6.96 24.63 25.45 14.87 21.38 5.2 26.8 19.83 15.95 18.45 17.97 51.03...
13.08 7.7 7.4 18.9 32.7 13.5 27.7 20.6 21.77 30.68 22.08 8.8 38.51 10.0 18.6 7.8 23.47...
16.96 14.33 9.5 16.11 15.18 18.28 27.11 18.5 16.7 26.5 22.8 10.8 16.88 18.74 28.3...
19.75 19.7 22.0 19.75 32.85 6.5 21.84 22.62 24.86 15.25 21.15 25.8 21.6 14.3 17.6 23.6...
14.3 5.0 5.1 19.7 17.04 18.04 40.0 10.0 38.05]
```

Используя команды работы с массивами, найдем диапазон значений массива: (5; 51.3)

Далее, чтобы построить гистограмму, которая покажет какое значение времени жизни локализованного колебания встречается чаще, разделим весь диапазон значений на 9 равных отрезков и проверим сколько именно значений массива входят в заданный интервал.

В данном примере, каждый участок гистограммы будет содержать значения с шагом $D = 4.603$, следовательно, первый участок содержит значения от 5 до 9.603. Для того, чтобы найти элементы массива, лежащие в заданном диапазоне воспользуемся командой **find**.

```
--> w=find((t>min(t))&(t<=min(t)+D))
```

```
w =
```

```
column 1 to 14
```

```
1. 5. 17. 18. 19. 31. 32. 33. 38. 46. 47. 56. 60. 64.
```

```
column 15 to 16
```

```
82. 95.
```

Результатом работы данной команды является вывод на экран номеров элементов массива, значения которых лежат в заданном диапазоне. Далее присвоим первому интервалу *I1* все эти значения:

```
--> I1=t(w)
```

```
I1 =
```

```
8.28
```

```
8.43
```

```
5.1
```

```
9.13
```

```
9.44
```

```
8.97
```

```
6.5
```

```
6.96
```

```
5.2
```

```
7.7
```

7.4
8.8
7.8
9.5
6.5
5.1

Аналогичным образом разобьем все девять интервалов, и рассчитаем какое количество значений попадает в каждый интервал с помощью команды работы с длиной массива. Создадим массив g , значениями элементов которого является количество элементов в массивах I1-I9. Массив g в данном примере будет выглядеть следующим образом:

$g = 16. \ 13. \ 27. \ 23. \ 12. \ 3. \ 2. \ 0. \ 1.$

Это означает, что в диапазоне от 5 до 9.603 содержится 16 элементов, в диапазоне от 9.603 до 14.206 содержится 13 элементов и т.д.

Используя команды работы с массивами, зададим новый массив N , каждый элемент которого равен средней величине элементов каждого из массивов I1-I9:

$N =$

column 1 to 8

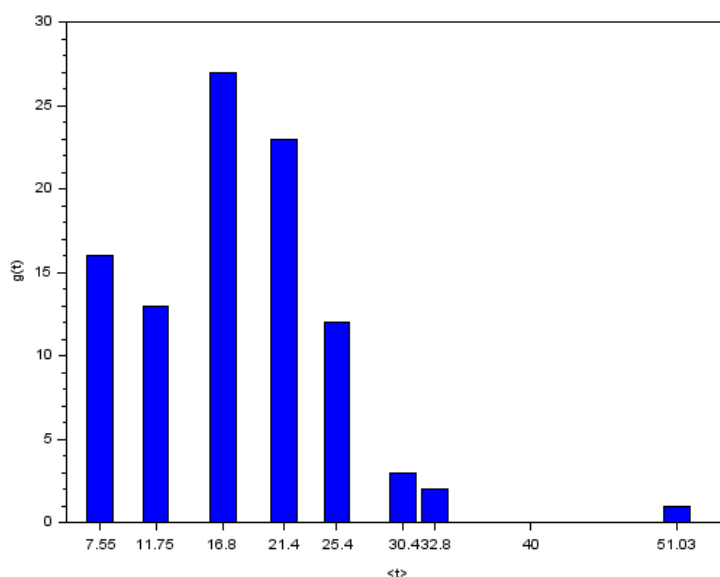
7.550625 11.75 16.815926 21.419565 25.406667 30.403333 32.775 Nan

column 9

51.03

Теперь у нас есть два массива, позволяющих нам построить гистограмму распределения величин среднего времени жизни локализованного колебания (N). Для этого используем команду $\text{bar}(N,g)$.

В результате получим гистограмму следующего вида:



Из графика подобного вида можно сделать следующий вывод: при 50 K в основном встречаются локализованные колебания с временем жизни от 7 до 25 пс, хотя наблюдалось несколько атомов водорода с временем жизни больше 30 пс, что также внесет свое влияние при определении средней величины.

Определим среднюю величину массива t_{cp} . Здесь она составляет $t_{cp} = 18.36$, что очевидно лежит в найденном ранее диапазоне. Соберите у одноклассников (или выполните сами) расчеты для остальных температур (при заданной в вашем варианте амплитуде возбуждения A !!!) и постройте график зависимости среднего времени жизни локализованного колебания t_{cp} от температуры. Сделайте выводы по графику.

Задание: для своего варианта построить подобную гистограмму распределения.

Задание повышенной сложности: для своего варианта построить подобную гистограмму распределения, используя различные циклы `if`, `for`, `while` и т.д. В результате использования циклов процесс должен стать автоматизированным, т.е. деление на 9 участков будет проводиться не вручную, как показано в примере, а автоматически.

Для выполнившего это задание первым в группе либо в виде, отличном от программы первого выполнившего задание, зачет будет поставлен автоматически.

Варианты:

Вариант 1. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 100 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[17.3 \ 10.06 \ 7.2 \ 7.5 \ 11 \ 10.06 \ 4.3 \ 7.3 \ 9.4 \ 7.04 \ 4.2 \ 11.4 \ 10.2 \ 15.08 \ 7.9 \ 11.5 \ 15.16 \ 5.1 \ 8.9 \ 11.3 \ 11.9 \ 12.5 \ 8.3 \ 10.5 \ 9.3 \ 9.9 \ 17.2 \ 14 \ 15.4 \ 13.1 \ 18.5 \ 6.2 \ 5.2 \ 7.7 \ 13.6 \ 8.6 \ 19.9 \ 13.8 \ 7.3 \ 8.7 \ 15.6 \ 14.8 \ 9.4 \ 10.06 \ 9.4 \ 9.9 \ 29.8 \ 25.7 \ 9.1 \ 20.7 \ 23.2 \ 12.4 \ 17 \ 10.5 \ 15.5 \ 16.6 \ 21.7 \ 13.8 \ 9.7 \ 13.6 \ 13.1 \ 9.9 \ 13.8 \ 13 \ 12 \ 14.7 \ 16.5 \ 13.4 \ 10.6 \ 16.9 \ 19.6 \ 14.8 \ 6.1 \ 21.8 \ 18.2 \ 9.6 \ 12 \ 13.1 \ 20.4 \ 21.6 \ 5.9 \ 21.6 \ 15.2 \ 7.9 \ 12 \ 8.9 \ 18.9 \ 25.3 \ 8.6 \ 16.8 \ 12.4 \ 23.9 \ 8.6 \ 8.2 \ 12.6 \ 4.9 \ 20.4 \ 14.9 \ 10.5 \ 16.8 \ 17.2]$

Вариант 2. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 150 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[10.9 \ 9.4 \ 14.3 \ 11.2 \ 11.5 \ 8.5 \ 7.4 \ 13.67 \ 16.2 \ 23.9 \ 12 \ 15.4 \ 8.2 \ 11.1 \ 9.65 \ 14.8 \ 11.66 \ 12.2 \ 11.9 \ 7.8 \ 8.3 \ 12.2 \ 12 \ 10 \ 13.9 \ 12.3 \ 7.5 \ 11.2 \ 14.8 \ 12.7 \ 10.4 \ 11.5 \ 10.4 \ 10.6 \ 19.1 \ 14 \ 11.5 \ 17.9 \ 14.7 \ 8.8 \ 8.2 \ 7.1 \ 10.7 \ 14 \ 14.8 \ 10.5 \ 5.2 \ 7.5 \ 10.65 \ 8.9 \ 10.96 \ 13.3 \ 12.3 \ 12 \ 9.7 \ 10.1 \ 13.9 \ 10.65 \ 12.5 \ 10.7 \ 13.1 \ 12.8 \ 11.66 \ 6.9 \ 6.6 \ 9.4 \ 14.3 \ 11 \ 10.3 \ 6.4 \ 13 \ 10.1 \ 8.8 \ 15.5 \ 13.1 \ 18.1 \ 15 \ 14.3 \ 8.8 \ 15.7 \ 8.8 \ 10 \ 10 \ 7.5 \ 11.9 \ 16.9 \ 13.1 \ 10.6 \ 14 \ 9.7 \ 11.1 \ 10.4 \ 9.5 \ 7.5 \ 15.4 \ 7.9 \ 8.7 \ 9 \ 8.9 \ 14]$

Вариант 3. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 200 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[11.4 \ 8.6 \ 21.2 \ 9.9 \ 12.9 \ 14.7 \ 18.1 \ 14.5 \ 11.4 \ 11.5 \ 7.4 \ 8.9 \ 11.6 \ 11.1 \ 19.3 \ 11.6 \ 16.3 \ 7.2 \ 22.9 \ 14.6 \ 7.8 \ 8 \ 11.7 \ 14 \ 8.6 \ 9.8 \ 11.6 \ 8.4 \ 11.5 \ 12.1 \ 11.7 \ 14.9 \ 3.5 \ 19.3 \ 17.1 \ 10.3 \ 9.6 \ 10.8 \ 12.8 \ 8.5 \ 19.8 \ 11.3 \ 9.7 \ 11.2 \ 9.4 \ 8.6 \ 11.6 \ 10.4 \ 15.8 \ 11 \ 15.5 \ 11.4 \ 8.5 \ 19 \ 16.1 \ 12.1 \ 7.2 \ 12.3 \ 19.4 \ 10.3 \ 12.3 \ 12.4 \ 12.3 \ 15.6 \ 10.9 \ 8.5 \ 11.8 \ 8.5 \ 12.9 \ 15.4 \ 12.3 \ 9.96 \ 6.7 \ 10.9 \ 7.4 \ 11 \ 11.3 \ 7.4 \ 14.6 \ 9.1 \ 13.9 \ 8.3 \ 9.8 \ 6.4 \ 24.9 \ 12.1 \ 7.9 \ 13 \ 9.9 \ 7.9 \ 9.7 \ 17.1 \ 12.6 \ 24.6 \ 10.5 \ 14.1 \ 16.7 \ 14.3 \ 0 \ 0]$

Вариант 4. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 250 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[11 \ 7.8 \ 16.9 \ 10.3 \ 11.2 \ 7.2 \ 11.1 \ 13.8 \ 9.7 \ 12.7 \ 9.3 \ 7.2 \ 8.3 \ 11.3 \ 18.3 \ 8.2 \ 10.7 \ 8.5 \ 8.8 \ 10.5 \ 9.8 \ 18.6 \ 8.7 \ 8 \ 12.9 \ 19.1 \ 13 \ 7.6 \ 13.4 \ 9.7 \ 7.8 \ 10.9 \ 8 \ 8.3 \ 12 \ 14 \ 13.8 \ 13.4 \ 10.1 \ 8.1 \ 7.7 \ 14.9 \ 9.2 \ 7.1 \ 13.7 \ 13.3 \ 11.5 \ 8.4 \ 8.7 \ 13.6 \ 13.7 \ 7.5 \ 15.6 \ 15.6 \ 11.7 \ 11.2 \ 3.7 \ 13.8 \ 13.9 \ 9.9 \ 9.3 \ 13 \ 11 \ 13.2 \ 16.2 \ 9.4 \ 13 \ 10.9 \ 23.1 \ 6.1]$

15.9 11.5 12.5 7.8 19.9 8.95 10.9 10.6 10.8 12.7 12.6 11 13.3 10.7 5.6 11.5
9.7 9.6 8.5 5.3 6.1 13.3 9.3 12.6 7.9 7.1 9.5 13.8 8.7 18.2]

Вариант 5. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 300 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[17.6$ 7.5 8.3 5.8 8.3 13 10.9 8.5 4.77 13.7 10.3 9.8 15.3 8.5 18 12.3 10.9
13 5.6 9.9 6.5 7.3 8.5 12.2 19.6 7.6 8.7 12.8 12.8 8.2 8.6 10.7 17.3 11.9
20.6 8.4 19.8 11.4 23 14.5 8.1 5.9 16.3 9.8 13.5 14.5 10.3 10.1 14.3 9.4 10.5
10.2 12 7.2 18.3 15.3 9.7 7.6 11.9 8.6 10.5 8.8 9.8 7.5 3.8 11.3 10.7 14.7
10.3 6.1 10.9 9.3 8.5 16.6 10.8 8.7 6.8 12.9 12.9 12.9 12.1 7.3 7.4 10.8 8.6
6.4 8.4 13.1 7.8 13 10.7 12.7 15.3 12.6 13.3 8.4 12.2 11.9 12.4 8.2]

Вариант 6. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 350 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[8.3$ 3.8 10.7 9 8.3 8.8 6.1 6.5 9.6 7 7.1 8.4 12.1 7.2 11 9.4 13.6 6.9 6.6
2.6 6.7 7.9 12.7 2.9 8.4 10.6 10 10.9 6.5 8.5 10.6 5.4 9 6.8 6.3 14.1 15
10.9 4.6 9.4 11.3 10.3 10.1 7.9 6.9 7.5 4.9 8.6 6.7 11.2 10 6.4 11 11.1 5.6
6.6 7.7 8.6 8.86 6.9 6.4 8.6 6.4 8.3 12.7 11.2 7 9.3 13.7 9.4 6.9 6.4 14.3
9.7 7.6 18 6.5 13.8 6.7 8.7 8.7 6.4 10.2 14.6 7 7.2 9.1 8.8 8.7 9 5.5 8.4
5.5 8.1 8.2 11 7.5 4.6 10.8 14.9]

Вариант 7. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 400 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[9.9$ 3 5.2 5.8 1.56 5.7 10.4 13.5 10.2 2.2 2 9.5 11.6 3.1 3.3 7.9 8.8 2.5
3.9 10.1 10.7 2.4 4.1 13 8.2 0.8 4.2 5.8 13.8 6.6 10.9 10.2 12.3 10.5 7.5 6.6
9 7.9 6.5 10.4 6.2 7.5 7.7 10.2 11.6 5 5.7 6.2 8.9 9.8 6.9 8.3 3 7.8 12 9.1
10.1 2.8 2.6 7.5 7.5 9.1 13 4.1 7.6 8.5 6.7 7.5 7.8 9.6 6.8 4.5 5.5 10.5 11.9
10.8 14.9 7.8 7.5 12.9 11.2 5 6.9 7.5 10.2 8.5 3.4 6.8 13.8 12.3 12.7 12.3 7
9.1 10.1 6.6 6 9.5 8.4 5]

Вариант 8. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 450 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[6.8$ 4.1 6.2 7.7 7.4 7.6 7.8 9.6 7.8 5.95 5.8 7.4 10.5 7.1 3.8 9.9 8.2 6.86
3.9 7.1 15.4 4.9 4.5 7.7 8.1 8.5 12.4 5.8 8 10.1 5.9 7.5 8 11.3 7.1 9.8 5.3
3.5 5.9 6.6 9 6.8 8.4 9.1 7.8 6.4 7.4 7.4 8.2 7.4 6.4 5.9 5.4 13 5.1 5.3 11.8
7.5 9.9 6.4 8.8 7.4 4.3 6.4 6.5 10.1 9.4 7.9 5.4 6.1 4.1 7.4 4.9 9 12.5 7.7
9.5 7 7.6 6.2 4.9 7.3 7.5 5.4 10.6 7.6 9.9 5.3 5.8 7 9.7 5.1 8.6 10.9 8 8.4
7.4 2.8 7.8 8.2]

Вариант 9. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 500 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[7.1$ 5.9 2.9 7.2 4.9 8.8 5.1 7.4 10 1.9 8.6 6.2 7.95 1.2 7.95 4.6 8.2 5.8
4.8 4.4 5.87 9.1 5.3 4.7 8.1 8.3 5.7 6.9 7 5.9 7.8 3.1 3.6 5.8 13.8 6.1 4.1
4.4 3 7.4 7.3 4.5 7.45 7.2 7.4 10.6 6.8 4.2 6.2 7.2 3.9 7.6 6.2 7.4 5.5 5 6.2
4.7 3.1 5.3 4 8.6 10.1 9.4 4.7 10.4 4.1 3.6 3.9 7.5 7.4 4.1 5.6 4.8 7.1 5.3
7.5 6.7 13 6.5 6.1 11.3 4.7 5.9 5.2 6.8 7.8 5.9 3.7 6.9 9.6 4.5 6 4 6.4 7
8.1 2.8 9.4 6.5]

Вариант 10. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 550 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[6.9 \ 7.2 \ 5.4 \ 4.9 \ 6.5 \ 9.7 \ 7.9 \ 7.4 \ 5.4 \ 10.5 \ 4.2 \ 4.7 \ 8.3 \ 5.2 \ 7.2 \ 3.9 \ 5.5 \ 5.2 \ 6 \ 5.4 \ 2.7 \ 6 \ 7.6 \ 5.9 \ 2.8 \ 7.3 \ 12.5 \ 4.6 \ 7.5 \ 4.9 \ 8.5 \ 3.4 \ 6.7 \ 9.2 \ 12.6 \ 4.3 \ 7.2 \ 4.9 \ 4.6 \ 6.4 \ 4.4 \ 9.1 \ 7.8 \ 4.7 \ 3.9 \ 3.7 \ 9.6 \ 2.8 \ 7 \ 4.6 \ 6.9 \ 9.8 \ 4.7 \ 4.8 \ 4.8 \ 10.3 \ 7.8 \ 5.8 \ 4.8 \ 5.9 \ 7.9 \ 3.1 \ 5.4 \ 9.2 \ 9.2 \ 8.4 \ 7.1 \ 6.5 \ 5.3 \ 6.1 \ 7.2 \ 6.6 \ 7.3 \ 8.9 \ 7.4 \ 7.8 \ 6.7 \ 4.7 \ 7.1 \ 6.4 \ 9.8 \ 7 \ 6.9 \ 7.9 \ 6.1 \ 9.1 \ 9.7 \ 3.6 \ 8.7 \ 4 \ 4.2 \ 9.4 \ 6.7 \ 4.5 \ 11.5 \ 7.3 \ 9.2 \ 5.5 \ 7.1 \ 9.2]$

Вариант 11. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 600 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.5$.

$t=[4.5 \ 5.4 \ 3 \ 3 \ 7.4 \ 3 \ 5.3 \ 4.8 \ 2.9 \ 2.9 \ 5.8 \ 6.4 \ 5.1 \ 3 \ 5.6 \ 5.2 \ 5.4 \ 5.2 \ 2.2 \ 3.4 \ 4.8 \ 5.9 \ 4.7 \ 5.4 \ 4.7 \ 3.9 \ 5 \ 5.2 \ 6.4 \ 5.4 \ 4.1 \ 3.7 \ 9.6 \ 7.8 \ 5.4 \ 4.8 \ 2.2 \ 4.7 \ 4.9 \ 2.4 \ 2.4 \ 5.1 \ 5.4 \ 5.1 \ 3 \ 3 \ 7.4 \ 5.45 \ 7.7 \ 3.6 \ 3.9 \ 3.6 \ 5.7 \ 4.8 \ 5 \ 4.9 \ 2.3 \ 5.2 \ 4.6 \ 4.9 \ 3.1 \ 5.4 \ 4.7 \ 2.6 \ 4.6 \ 4.8 \ 3.1 \ 3.5 \ 5.2 \ 6.5 \ 3.2 \ 2.9 \ 5.2 \ 5.4 \ 7.4 \ 3.4 \ 5.4 \ 4.8 \ 2 \ 1 \ 5.4 \ 7.4 \ 3.2 \ 1.9 \ 5.2 \ 3.9 \ 5.3 \ 3 \ 5.4 \ 5.4 \ 10.6 \ 8.8 \ 2.5 \ 3.1 \ 5.8 \ 4.6 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

Вариант 12. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 50 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

$t=[5.5 \ 9.5 \ 5.1 \ 14.6 \ 6.7 \ 12.5 \ 19 \ 28.5 \ 14.1 \ 9.6 \ 12 \ 7.5 \ 10.3 \ 17.4 \ 6.4 \ 8.9 \ 4.3 \ 18.2 \ 11.9 \ 10.8 \ 10.3 \ 18.9 \ 10.97 \ 7.94 \ 15.4 \ 10.8 \ 11.2 \ 7.2 \ 7.1 \ 7 \ 15.6 \ 15.4 \ 8.4 \ 14.3 \ 5.4 \ 8.4 \ 17.2 \ 15.9 \ 15.5 \ 13.1 \ 10.1 \ 10 \ 7.1 \ 13.2 \ 13.2 \ 10.3 \ 10.7 \ 17.7 \ 7.94 \ 8.4 \ 8.6 \ 10.97 \ 10.2 \ 9.9 \ 15.2 \ 7.7 \ 13.6 \ 10.9 \ 20.6 \ 10.6 \ 17.3 \ 10.3 \ 19 \ 18 \ 7.6 \ 11.95 \ 17.1 \ 6.7 \ 18.6 \ 13.9 \ 11.6 \ 7.4 \ 11.6 \ 7.6 \ 5.7 \ 13.6 \ 13.6 \ 13.4 \ 13.4 \ 17.8 \ 17.7 \ 9.6 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

Вариант 13. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 100 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

$t=[4.6 \ 5.2 \ 9.1 \ 8.8 \ 13.1 \ 11.2 \ 6.8 \ 8.2 \ 7.7 \ 7.9 \ 2.8 \ 9.3 \ 10 \ 6.9 \ 7.8 \ 9.2 \ 5.2 \ 6.9 \ 13.4 \ 6.5 \ 4.9 \ 7.3 \ 7 \ 7.2 \ 7.6 \ 6.6 \ 9.5 \ 9.6 \ 10.1 \ 9.3 \ 9.6 \ 7.6 \ 7.9 \ 9.5 \ 3.3 \ 7.8 \ 6.5 \ 5.3 \ 9.3 \ 4.8 \ 3.4 \ 5.7 \ 10.1 \ 7.8 \ 10.6 \ 7.9 \ 5.7 \ 3.3 \ 5 \ 6.5 \ 12.5 \ 2.7 \ 4.4 \ 5.6 \ 8.9 \ 9.6 \ 4.5 \ 4.2 \ 5.7 \ 4.5 \ 5.4 \ 7.2 \ 8.5 \ 9.9 \ 5 \ 9.7 \ 9.3 \ 6.3 \ 3.8 \ 5.8 \ 11.4 \ 6.3 \ 2.9 \ 8.5 \ 4.2 \ 7.1 \ 12 \ 14.6 \ 8 \ 3.8 \ 7.2 \ 4.5 \ 8.1 \ 4.5 \ 4.8 \ 7.4 \ 6.9 \ 3.2 \ 12.2 \ 4.1 \ 4.5 \ 5.2 \ 9.3 \ 3.3 \ 11.3 \ 6.2 \ 3.2 \ 9.5 \ 6.3 \ 4.8]$

Вариант 14. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 200 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

$t=[10.7 \ 10.9 \ 5.2 \ 3.6 \ 8.3 \ 8.3 \ 12.6 \ 7.4 \ 6.6 \ 7.9 \ 8.4 \ 8.7 \ 10.5 \ 5.8 \ 11.1 \ 6.6 \ 7.1 \ 8.6 \ 5.4 \ 7.9 \ 8.6 \ 4.9 \ 6.5 \ 10.6 \ 12.4 \ 6.8 \ 9.4 \ 11 \ 13.4 \ 8.3 \ 6.9 \ 7.7 \ 6.2 \ 8.5 \ 7.2 \ 9.9 \ 6.2 \ 5.5 \ 6.6 \ 6.6 \ 4.7 \ 7.8 \ 7.9 \ 7.8 \ 6.6 \ 7.3 \ 15 \ 5.94 \ 5.6 \ 5.5 \ 9.6 \ 11.2 \ 10.5 \ 3.7 \ 7.9 \ 5.6 \ 9.1 \ 6.9 \ 9.1 \ 12.1 \ 9.5 \ 7.8 \ 4.2 \ 10.3 \ 12.2 \ 7.6 \ 7.4 \ 8.1 \ 13.1 \ 5.5 \ 5.2 \ 9.6 \ 9.2 \ 9.6 \ 8.6 \ 7.2 \ 4.8 \ 10.3 \ 10.3 \ 9.8 \ 3.8 \ 6.3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

Вариант 15. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 300 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

t=[6.2 9.4 3.3 8.6 12.7 6.6 10 4.9 12.8 19.9 2.9 5.5 8.4 7.3 4.7 9.8 9.2 9.3
6.4 8.1 3.7 11.4 8.5 10.3 13.3 3.95 5.95 9.6 10.7 6.1 9.5 6.2 6.4 5.7 4.5 7.8
3.87 6.95 10.4 8.5 3.4 8.9 6.7 6.7 5.7 5.9 6.5 8.4 7.2 4.4 9.2 5.8 8.4 8.3 3
8.6 11.3 9.4 3.1 7.4 7.4 7.4 5.95 5.2 7.5 9.4 8.9 5.6 5.3 14.6 9.4 6.4 5.2
10.2 11.2 14.4 6.8 6 11.4 4.4 3.1 4.5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0]

Вариант 16. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 400 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

t=[6.05 6.6 0.76 3.1 4.8 6 6.5 5.9 6.6 5.6 2.5 9.5 8 3.2 2.5 1.9 6.6 2.7 1.3
8.7 11.4 1.6 2 6.7 5.7 1.9 2.5 5.8 7.7 4 11.8 5.2 6 7.6 7.3 8.4 1.4 7 8 2.5
2.5 9.3 8.5 5 5.2 5.2 3 5.9 6.7 4.6 5.1 7.6 3.5 5.8 8.7 6.6 7.4 1.9 3.4 6.1
6.1 5.3 5.8 5.7 13.8 4.9 5 7.7 2 7.4 6.1 5.7 5 5.4 8.6 10.4 8.2 6.4 4.1 5.8
8 4.2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

Вариант 17. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 500 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

t=[7.6 4.1 6.9 5.2 5.6 7.8 5.4 4.3 5.7 4.7 5.9 5.5 4.1 4 5.5 4.9 6.4 3.6 2.3
5.2 4.2 5.6 2.8 4.9 4.9 5.3 5.6 6.6 4.2 4.9 3.6 4.6 4.9 2.6 4.3 5 5 4.2 5.1
5.9 5.9 6.1 4.6 3.7 2.7 5.2 5.5 5.5 3.6 6.6 4.9 3.3 5.2 4.9 4.5 4.4 3.6 3.6
4.5 2.3 4.3 5.2 4.6 7 5.3 3.9 5.8 5.4 3.8 5.7 3.8 7.6 2.3 3.9 6.3 3.4 5.95
3.94 4.7 3.8 3.9 3.5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

Вариант 18. В результате численного эксперимента был получен диапазон значений времени жизни локализованного колебания при температуре 600 К и начальной амплитуде возбуждения атома $A=0.45$.

t=[3.3 2.5 4.4 4.9 2.5 4.6 1.2 3.2 3.4 4.9 0.7 0.9 1.8 5.2 1.1 8.8 4.7 2.9 2.4
6.2 2.5 2.8 5.2 2.5 3.5 2.9 1.1 1.4 2.4 0.7 5.6 5 3 2.2 2.9 5.2 4.7 5.3 4.9
3.2 3.1 1.2 3.6 2.8 4.6 3.7 4.9 5.2 4.7 2.8 5.2 2.9 5 2.3 3.1 3.2 3.9 1.6 4
3.4 7.3 4 2.1 4.9 4.3 5 3 2.5 3.2 8.5 4 1.8 3.5 10.8 4.1 7.4 3.94 4.5 6.4
4.8 3.8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]