Практическое занятие №4

Численное интегрирование и дифференцирование.
Построение графиков

Внимание! Вариант задания соответствует порядковому номеру в списке и будет закреплен за вами на протяжении всего семестра.

В функциях интегрирования и дифференцирования в Scilab реализованы различные численные алгоритмы.

Раздел 1. Интегрирование:
- численное интегрирование по методу трапеций реализуется функцией **intrapp([x,]y)**. Эта функция вычисляет площадь фигуры под графиком функции y(x), которая описана набором точек (x, y);
- вычислительный алгоритм квадратурных формул реализован функцией

integrate(fun, x, a, b, [,er1 [,er2]]),

где **fun** — функция, задающая подынтегральное выражение в символьном виде; **x** — переменная интегрирования, так же задается в виде символа; **a, b** — преде- лы интегрирования, действительные числа; **er1** и **er2** — параметры, отражающие абсолютную и относительную точность вычислений (действительные числа);

- наиболее универсальной командой интегрирования в SciLab является

[I,err]=intg(a, b, name [,er1 [,er2]]),

где **name** — имя функции, задающей подынтегральное выражение (здесь функция может быть задана в виде набора дискретных точек (как таблица) или с помощью внешней функции); **a** и **b** — пределы интегрирования; **er1** и **er2** — абсолютная и относительная точность вычислений (необязательные параметры);

Задание 1. Все расчеты производить двумя способами – в ручную и с помощью SciLab. Сравнение результата и расчеты представить в отчете. Для расчетов будем использовать функции **intg** и **integrate**.

Пример:
Рассмотрим простой интеграл, решение которого запишем в виде:

$$\int_0^5 2^{3x-1}\,dx = \int_0^5 2^{3x}\cdot 2^{-1}dx = \frac{1}{2}\int_0^5 (2^3)^x dx = \frac{1}{2}\int_0^5 8^x dx = \frac{8^x}{2ln8}\Big|_0^5 = \frac{8^5}{2ln8} - \frac{8^0}{2ln8}$$
$$= 7878{,}9559$$

Далее проверим результат с помощью функции **integrate:**

```
--> integrate('2^(3*x-1)','x',0,5)
 ans  =

   7878.7981
```

Проверим результат с помощью функции **intg:**

```
--> //Зададим функцию

--> deff('y=F(x)','y=2^(3*x-1)')

--> //Зададим расчет инетграла и определим точность нахождения значения

--> [I,a]=intg(0,5,F)
 a  =

   5.813D-10

 I  =

   7878.7981
```

Итак, значение интеграла 7878.7981 найдено с точностью 5.813×10^{-10}.

Вариант	Задание
1	$\int_1^4 \left(2x + \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx$
2	$\int_1^e \frac{2}{x} dx$
3	$\int_0^\pi sin\frac{x}{2} dx$
4	$\int_0^1 (2x-1)^6 \, dx$
5	$\int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
6	$\int_1^2 (x^2+1) \, dx$
7	$\int_0^3 e^{-\frac{x}{3}} dx$
8	$\int_{-4}^{-2} \frac{1}{\sqrt{5-4x^2-x^2}} dx$

9	$$\int_0^{\pi/2} cos^2\left(\frac{\pi}{6}-x\right)dx$$
10	$$\int_1^3 (3x^2-2x+1)\,dx$$
11	$$\int_0^1 (x+1)^4\,dx$$
12	$$\int_0^2 (x^3-x^2)\,dx$$
13	$$\int_0^1 (\sqrt[3]{x}-\sqrt{x})\,dx$$
14	$$\int_0^1 \frac{x}{(3x^2-1)^4}dx$$
15	$$\int_0^{ln2} xe^{-x}\,dx$$
16	$$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{x^2+xsinx}{x}dx$$
17	$$\int_1^3 \frac{1}{x^2-64}dx$$
18	$$\int_1^3 \frac{1}{x^2-64}dx$$
19	$$\int_0^{\pi/2} sin5x\cdot sin7x\,dx$$
20	$$\int_0^{\pi} tgx\,dx$$

Раздел 2. Дифференцирование:
Весьма распространенная в математическом анализе операция вычисления производной функции в точке решается в Scilab с помощью команды **numderivative(f,x)**, где **f** – имя функции, **x** – точка, в которой вычисляется производная. Эта же команда используется для нахождения частных производных.

Пример: вычислить производную функции $f(x) = (x + 3)^2 + 2x$ в точке $x = 2$.

```
--> //Вычисление производной

--> function f=my(x), f=(x+3)^2+2*x, endfunction

--> res=numderivative(my,2)
 res  =

   12.
```

```
--> //Второй способ задать функцию

--> deff('y=f(x)','y=(x+3)^2+2*x')

--> res1=numderivative(f,2)
 res1  =

   12.
```

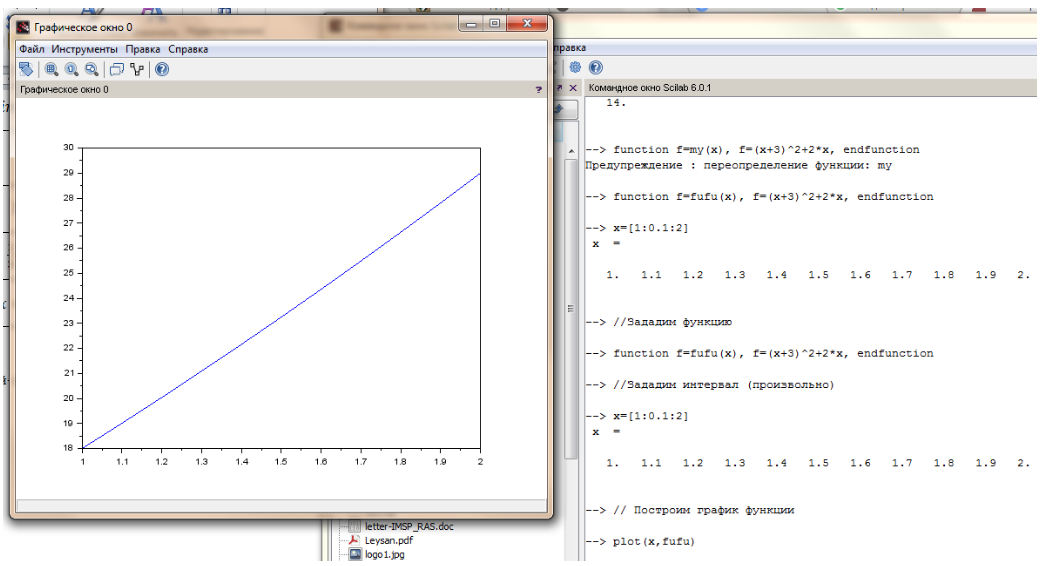
Задание 2: найти производную функции в точке (по вариантам). Функцию задать двумя способами (**function** и **deff**).

Вариант	Задание
1	$\sin(2x)$ в точке $x = \pi/6$
2	$\sqrt{3x^3 - 1}$ в точке $x = 2$
3	$3cosx$ в точке $x = \pi/2$
4	$6 + x + 3x^2 - sinx$ в точке $x = 3$
5	$5lnx + \frac{2}{\sqrt[5]{x^7}}$ в точке $x = 5$
6	$\frac{1}{2}\sqrt[3]{x^2}$ в точке $x = 2$
7	$\frac{2(3x-4)}{x^2+1}$ в точке $x = 2$
8	$\frac{3^x+5}{cosx}$ в точке $x = \pi/2$
9	$\frac{x^2+\sqrt{x}-3}{x}$ в точке $x = 4$
10	$\frac{x}{e^{-x}}$ в точке $x = 2$

11	$\frac{cosx}{3\sqrt[3]{x}}$ в точке $x = \pi$
12	$-\frac{sinx}{\sqrt[3]{x}}$ в точке $x = \pi/4$
13	$\frac{3^x ln3}{cosx^2}$ в точке $x = \pi/2$
14	$\frac{x+sinx}{3}$ в точке $x = 4$
15	$\frac{2}{x} + \frac{x}{3}$ в точке $x = 2$
16	$sin\frac{12}{\pi} - cosx$ в точке $x = \pi/6$
17	$\frac{\sqrt{x}}{2x+1}$ в точке $x = 6$
18	$3x^4 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ в точке $x = 5$
19	$\frac{1}{3}\sqrt{x}sinx$ в точке $x = \pi/3$
20	$x + x^5 - 5x^3$ в точке $x = 9$

Раздел 3. Построение графиков.

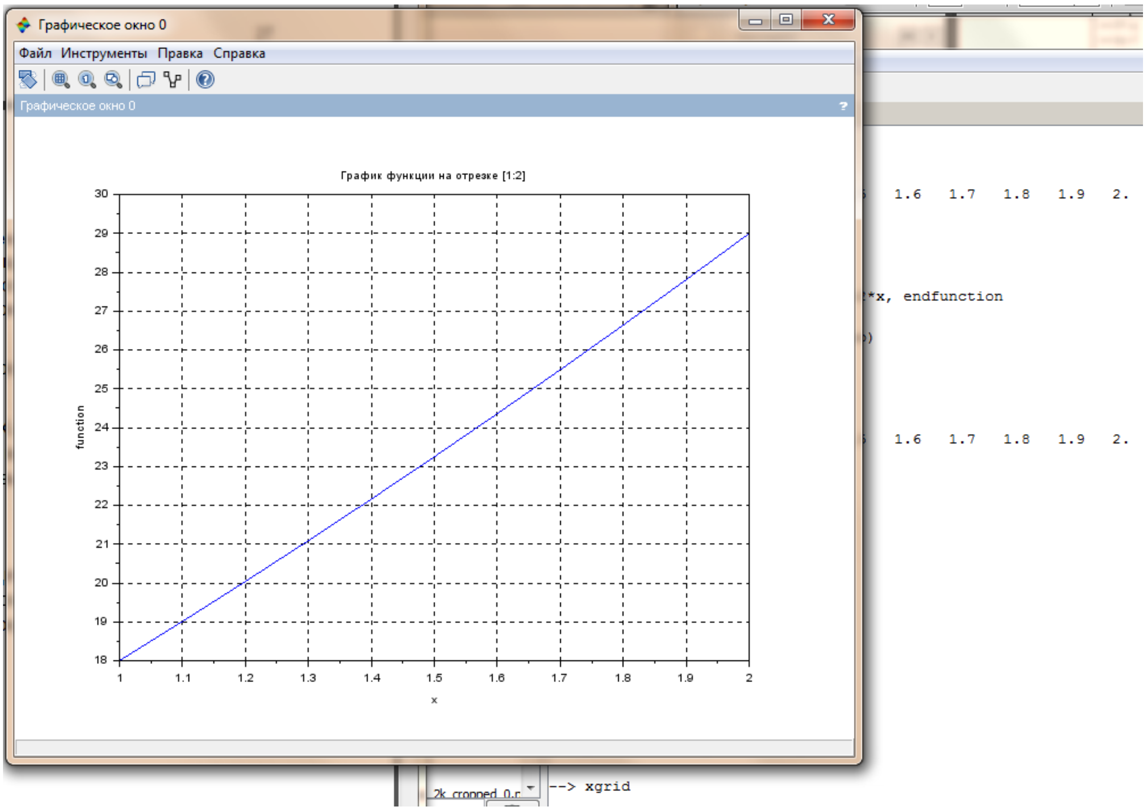
Задание 1. Воспользуемся функцией из Раздела 2 и построим график функции на произвольном интервале.



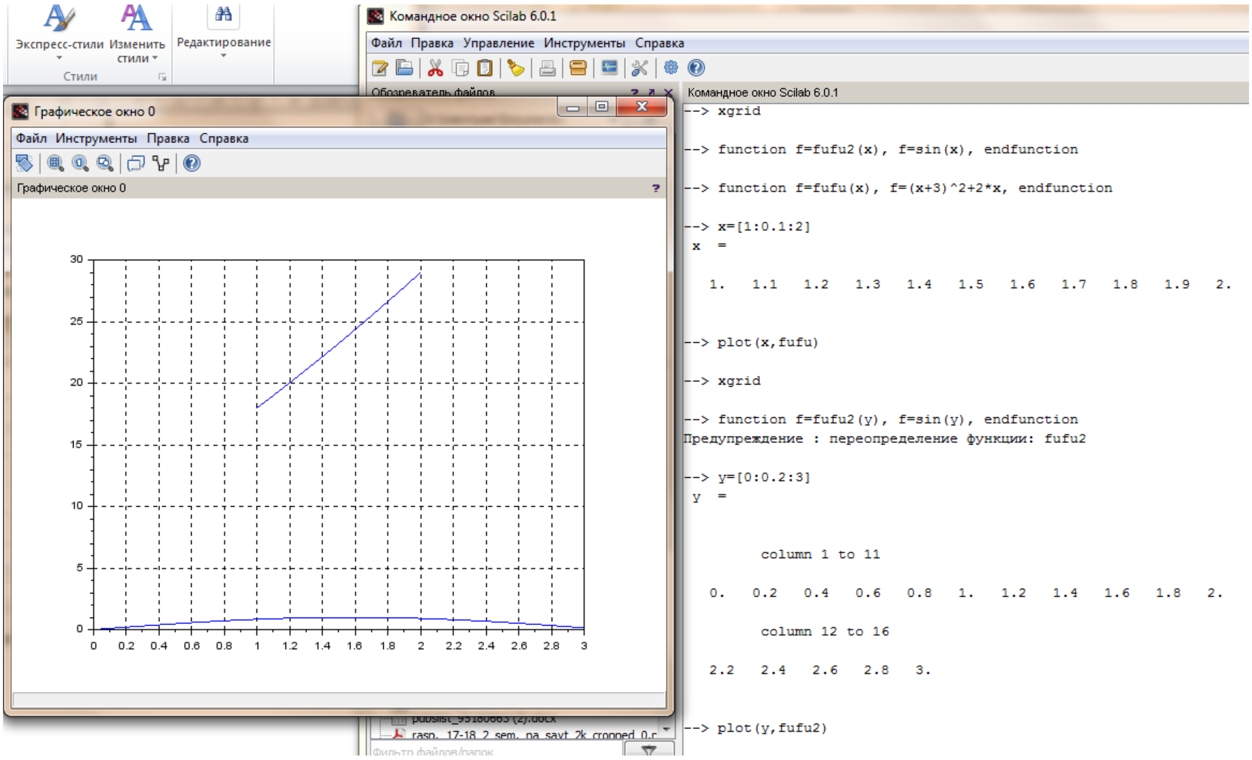
Задание 2. Поработаем над оформлением графика: описание всех команд представлено в основном учебнике, начиная со страницы 56. В ходе практического занятия следует изучить команды, применяемые для построения графиков.

В отчете все должно быть представлено аналогично тому, как показано в примере, включая порядок выполнения и наполненность графических окон.

1) Добавим координатную сетку, подрисуночные подписи, подпись к графику, так как это показано на примере:



2) Возьмем функцию 2, которая будет соответствовать номеру вашего варианта+1. Зададим эту функцию аналогично предыдущей, зададим интервал, на котором она будет рассчитана. В примере вторая функция будет sin(x) на интервале от 0 до 5. Если просто задать вторую функцию и построить ее, то мы получим следующий вид графика:



Таким образом, если мы имеем сходные функции на одном или близком интервале, то можем рисовать их в одном окне, что происходит автоматически. Однако в этом случае, поскольку интервалы разные и функции сильно отличаются, построим графики в разных окнах:

--> //Создадим 1 окно

--> scf(1)

--> plot(x,fufu)

--> xgrid

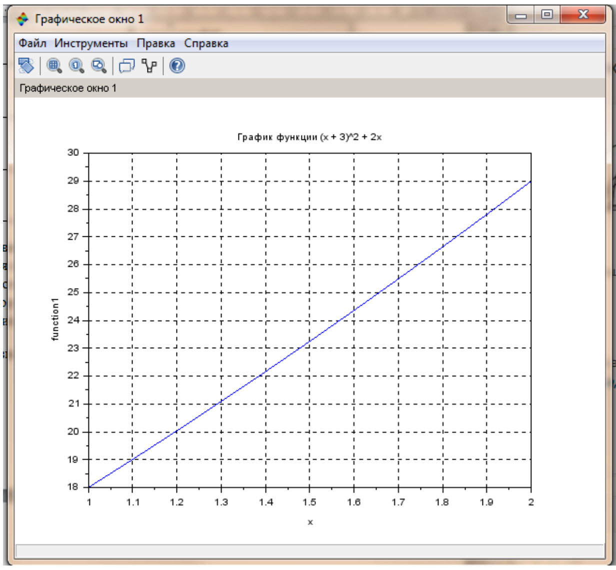
--> //Создадим 2 окно

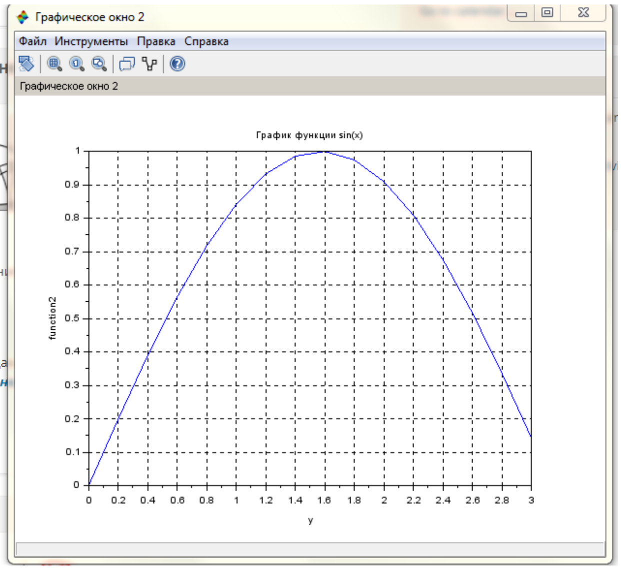
--> scf(2)

--> plot(y,fufu2)

--> xgrid

В результате получим:





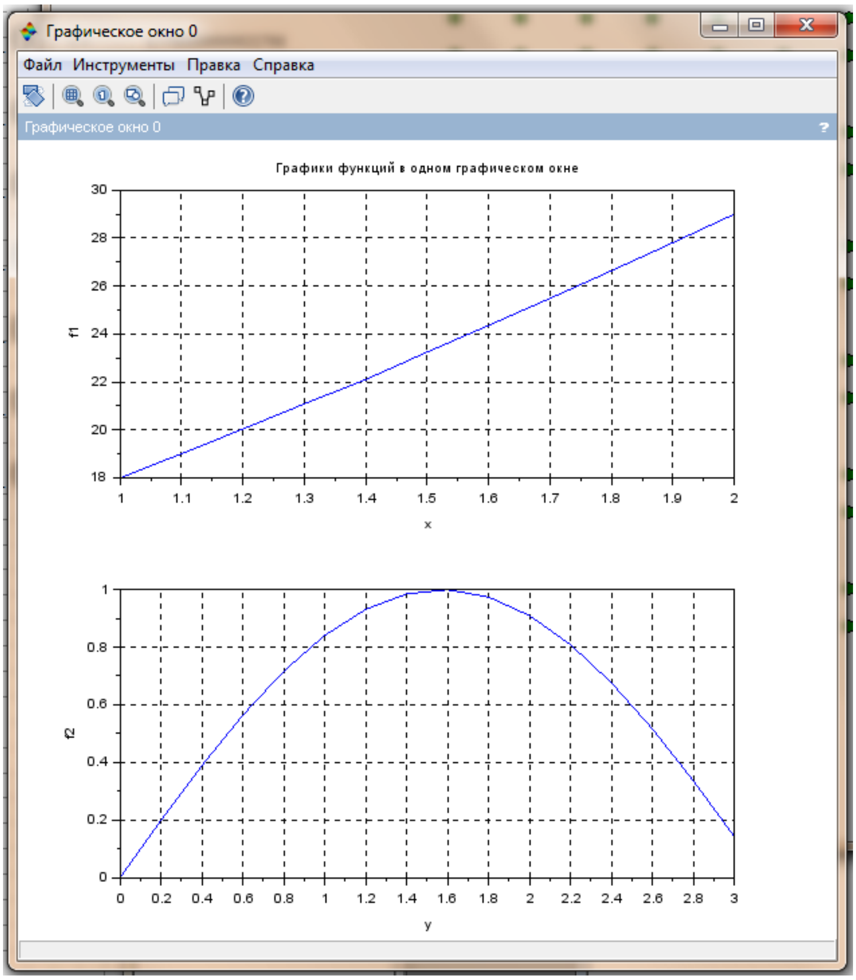
Теперь попробуем оба графика нарисовать в подокнах одного графического окна:

--> subplot(2,1,1) //Создаем подокно 1

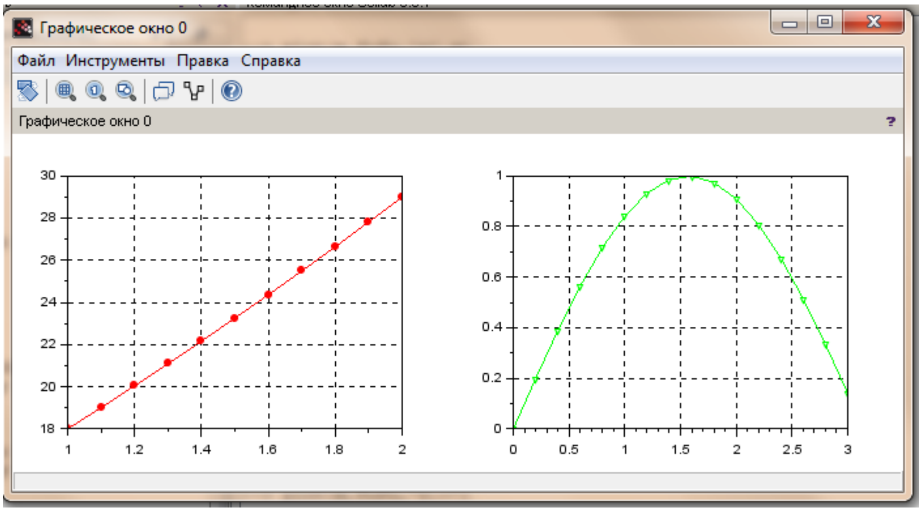
--> plot(x,fufu) //Выводим график

--> subplot(2,1,2) //Создаем подокно 2

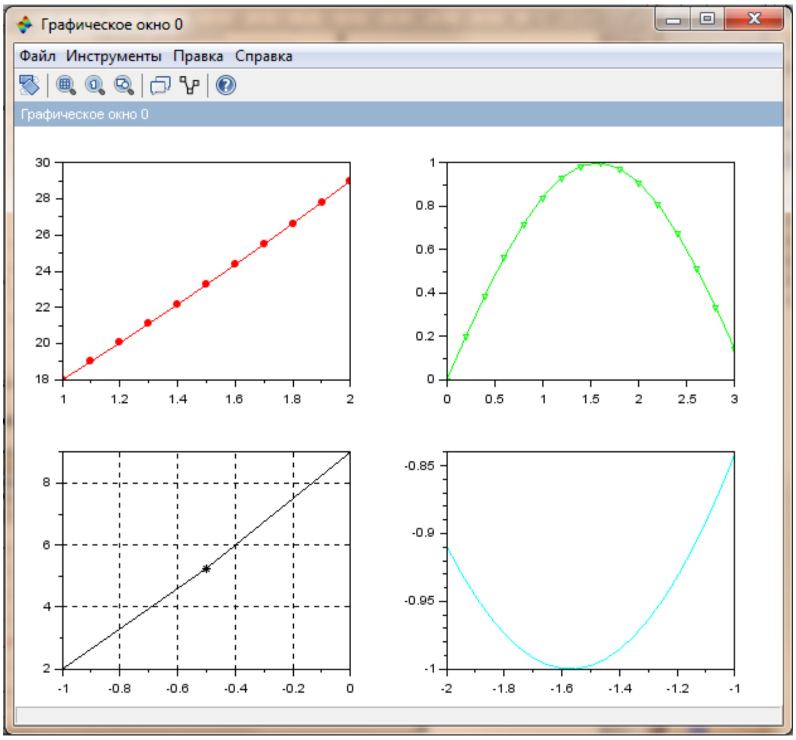
--> plot(y,fufu2) //Выводим график



Разместим графики горизонтально, изменим формат рисования:



Добавим еще два графика для функции 1 и 2 в другом интервале и с другим шагом разбиения (пример создания 4х графиков показан на с. 76). Добавить подрисуночные подписи.



В отчет рисунки сохраняем отдельно через Файл-Сохранить (не PrtScr как в примере).