Лекция 1. Введение. Напряжения и деформации

Система принятых обозначений:
ε - степень деформации;
σ - полное напряжение; нормальное напряжение, Па;
σ_1, σ_2, σ_3 - главные напряжения, Па;
τ - касательное напряжение, Па;

Введение

Пластичность - это способность материалов претерпевать пластическую деформацию без разрушения.

Пластичность является наиболее характерным свойством материала. Однако понимание физической сущности пластичности развивалось в течение последней сотни лет. Все попытки разработать теорию процессов пластической деформации и разрушения, основанные на представлении о металле, как о сплошной непрерывной среде, не принесли желаемых результатов. Успехи в этом направлении были связаны с развитием теории дефектов кристаллического строения. В настоящее время достоверно установлено, что механические характеристики металлов и сплавов в первую очередь определяются дефектным строением материалов. Перераспределение и возникновение дефектов обуславливает особенности поведения материала под нагрузкой при различных температурах.

В начале прошлого века Розенхайн и Эвин показали, что пластическая деформация металлов приводит к появлению на их поверхности множества микроскопических ступенек, которые были названы полосами скольжения. Наличие полос скольжения позволяет предположить, что сдвиг в металле происходит вдоль полос наподобие сдвига в колоде карт. Эти наблюдения показали, что сдвиг в металле осуществляется по строго определенным кристаллографическим плоскостям.

В 1910 г. Андраде открыл способ выращивания из расплава больших отдельных монокристаллов. На основе этого способа позже Бриджмен разработал методику приготовления одинаковых по размерам монокристаллов различных материалов с различной ориентировкой. Этот способ сделал возможным детальное изучение пластической деформации монокристаллов и в последующие 25 лет было проведено колоссальное количество экспериментальных исследований поведения монокристаллов при пластической деформации.

Накопленный экспериментальный материал позволил сделать обобщения. Например, был предложен критерий скалывающих напряжений и установлены принципы геометрии скольжения кристаллов. Следующий прорыв был в 1934 г., когда Орован Поляни и Тейлор ввели представления о дислокационных дефектах кристаллов, которые в последствии стали считаться носителями деформации. Введение в теорию дислокаций позволило объяснить различия между теоретической и фактической прочностью материалов. Прочность твердых тел оказывается во многих случаях особенно высокой, когда эти тела имеют кристаллическое строение, т.е. наиболее экономную, плотную и правильную в пространстве упаковку атомов.

Прочность - способность сопротивляться деформации в условиях воздействия на тело внешних сил.

К конструкционным материалам предъявляется два основных требования: он должен быть пластичным, т.е. способным непрерывно и значительно деформироваться вплоть до разрушения, и прочным, т.е. деформация должна "набираться"в результате приложения относительно больших нагрузок.

1. Напряжения. Тензор напряжений.

Механические свойств выражаются через величину напряжений.

Напряжением называют приложенную к телу нагрузку, отнесенную к единице площади его сечения.

При оценке механических свойств через напряжения нагрузки относят, как правило, к единице площади какого-то сечения, на которое они действуют.

В этом случае напряжение является удельной величиной и в простейшем случае осевого растяжения стержня определяются как соотношение

$$S = P/F, \tag{1}$$

где S - напряжение в сечении площадью F, перпендикулярном оси образца, вдоль которой действует сила P (см. рис. 1).

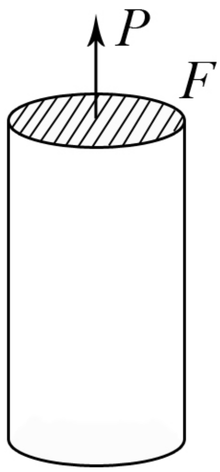

Рис. 1. Схема определения напряжения.

Для определения величины напряжений в каком-то сечении тела последнее мысленно разделют н две части, одну часть удаляют, а ее действие на оставшуюся часть заменяют внутренними силами (см. рис. 2). В общем случае сила не перепендикулярна плоскости площадки, на которую она действует. Тогда ее можно разложить на две составляющие - нормальную, создающую нормальное напряжение, и касательную, действующую в плоскости площадки и вызывающую касательные напряжения. При деформации и разрушении одни процессы определяются касательными напряжениями (пластическая деформация, разрушение путем среза), а другие - нормальными (разрушение отрывом).

Из рис. 2б следует, что полное напряжение S_n, действующее в заштрихованно сечении площадью F_α, нормаль к которому образует угол α с направлением внешней силы P, равно $S_n = P/F_\alpha$.

Поскольку $F_\alpha = F_0/\cos\alpha$ (F_0 - площадь сечения, перпендикулярного оси растяжения), то S_n=$(P/F_0)\cos\alpha$.

Тогда нормальное напряже-

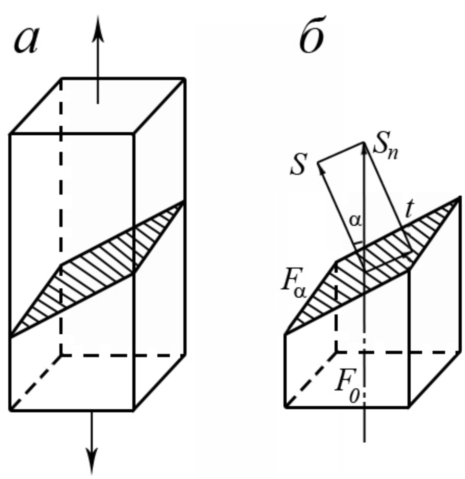

Рис. 2. Схема определения составляющих полного напряжения.

ние в сечении F_α

$$S = (F/P)\cos^2\alpha, \qquad (2)$$

а касательное

$$t = \frac{P}{F_0}\cos\alpha\sin\alpha = \frac{1}{2}\frac{P}{F_0}\sin 2\alpha. \qquad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) следует, что при осевом растяжении максимальные нормальные растяжения возникают при α=0, т.е. в площадках, перпендикулярных оси растяжения, а касательные напряжения достигают наибольших значений при α=45 $^\circ$.

Нормальные напряжения делят на растягивающие (положительные) и сжимающие (отрицательные).

Напряжения, которыми пользуются в механических испытаниях могут быть **истинными** и **условными**. Известно, что в процессе деформации величина площадки, на которой действуют напряжения (площадь сечения образца), меняется. Если эти изменения не учитываются и напряжение рассчитывают как отношение нагрузки в данный момент к исходной площади сечении, то такое напряжение называют условным. Если же относят силу к величине фактического сечения в данный момент деформации, то получают истинное напряжение. Физический смысл имеют только истинные напряжения, но на практике более удобно пользоваться условными, особенно при малых деформациях, когда изменение площади сечения невелико. В случае когда рассматриваются истинные напряжения учитывается непрерывное изменение размеров тела в процессе деформирования.

В дальнейшем истинные напряжения будем обозначать как S (нормальные) и t (касательные или сдвиговые), а условные - σ и τ соответственно.

При решении реальных задач нельзя ограничиться знанием величины напряжений в каком-то определенном сечении. Необходимо иметь возможность оценить напряжения, действующие в любом сечении тела. Для этого используют представления о **тензоре напряжений**.

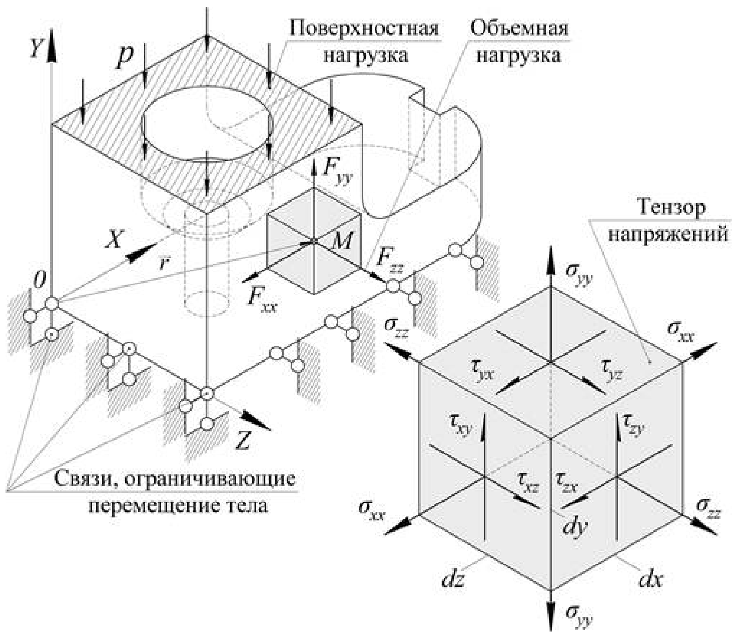

Рис. 3. Тело под нагрузкой и взаимно уравновешенные напряжения, действующие на грани параллелепипеда.

Внутри тела, находящегося под действием напряжений, всегда можно выделить бесконечно малый по размерам параллелепипед в окрестности некоторой точки тела, ребра которого dx, dy, dz параллельны произвольно выбранным осям координат (рис. 3). В общем случае на три его непараллельные грани действуют взаимно уравновешенные векторы напряжений, которые можно разделить на нормальные и касательные.

На гранях параллелепипеда действует три нормальных и шесть касательных напряжений, совокупность которых образует **тензор напряжений**:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \tag{4}$$

Чтобы параллелепипед находился в равновесии, необходимо равенство моментов относительно координатных осей.

Поэтому τ_{xy}=τ_{yx}, τ_{zy}=τ_{yz} и τ_{xz}=τ_{zx}. Это закон парности касательных напряжений.

Следовательно тензор содержит не девять, а шесть независимых напряжений с помощью которых можно охарактеризовать любое напряженное состояние.

При любом напряженном состоянии через каждую точку тела можно провести по меньшей мере три взаимно перпендикулярных площадки, на которых касательные напряжения будут равны нулю, и, следовательно, будут действовать только нормальные напряжения, которые называют главными нормальными напряжениями.

Такие площадки и направления нормалей к ним называют главными площадками и главными направлениями напряжений. При механических испытаниях главные направления напряжений обычно заранее известны и их можно выбрать в качестве координатных осей. Тогда тензор напряжений примет вид:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

где σ_1, σ_2 и σ_3 - наибольшее, наименьшее и среднее главные нормальные напряжения.

2. Деформация. Тензор деформаций

Под действием внешних нагрузок происходит деформация, в результате которой могут изменяться форма и размеры тела.

Деформации, исчезающие после снятия напряжений, называют упругими, а сохраняющиеся после прекращения действия внешних напряжений - остаточными. Остаточная деформация, происходящая без разрушения, называется пластической.

По результатам механических испытаний оценивают различные характеристики упругой, а чаще остаточной деформации. Наиболее широко используются следующие характеристики деформации: удлинение (укорочение), сдвиг и сужение (уширение) образцов. Увеличение длины образца в результате деформации обычно характеризуют относительным удлинением δ, %:

$$\delta = (l_k - l_0) \cdot 100/l_0 = \Delta l \cdot 100/l_0), \qquad (6)$$

где l_k, l_0 - конечная и начальная длины, Δl - абсолютное удлинение.

Величина δ является условной характеристикой, поскольку деформация с самого начала развивается на непрерывно изменяющейся длине l и отношение $\Delta l/l_0$ лишено физического смысла.

Пример: Допустим, образец длиной l_0=10 мм удлиняется на 1 мм, а затем с l_1=11 мм до l_2=12 мм, тогда в первом случае δ_1=[(11-10)/10]·100=10 %, а во втором случае при том же Δl=1 мм величина δ_2=[(12-11)/11]·100=9.1 %.

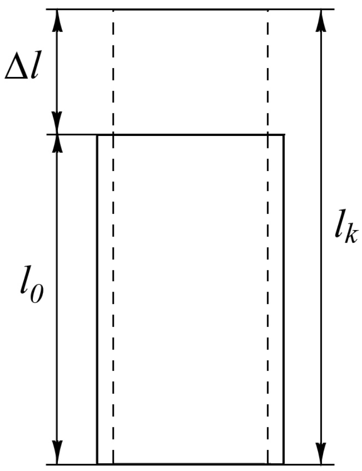

Рис. 4. Удлинение при деформации.

Очевидно, суммарное удлинение (1/10+1/12+...)·100 % меньше условного. Это истинное относительное удлинение:

$$e = \int_{l_k}^{l_0} dl/l = \ln(l_k/l_0). \qquad (7)$$

Разница между δ и e растет с увеличением степени деформации. При δ=25 % e=ln 1.25=22 %, а при δ=100 % e=ln 2=69 %. В области малых деформаций $\delta = e$.

В отличие от условного, истинное относительное удлинение аддитивно. Действительно, в рассмотренном выше примере суммарное истинное удлинение по достижении l_2 равно $e = \ln(l_1/l_0) + \ln(l_2/l_1) = \ln(l_2/l_0)$.

Рассмотрим представительный объем (параллелепипед), на гранях которого действуют деформации, которые можно раз-

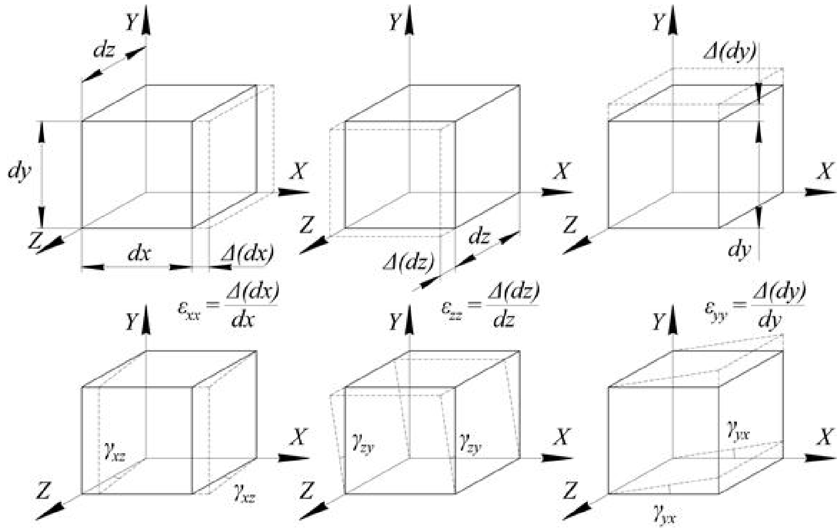

Рис. 5. Простейшие деформации элементарного параллелепипеда.

ложить на нормальную составляющую к грани (осевая деформация) и касательную (сдвиговая деформация). Следовательно, на гранях параллелепипеда действует три осевых и шесть сдвиговых деформаций, совокупность которых образует тензор деформаций:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 1/2\gamma_{xy} & 1/2\gamma_{xz} \\ 1/2\gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & 1/2\gamma_{yz} \\ 1/2\gamma_{zx} & 1/2\gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{8}$$

Здесь независимыми являются только шесть компонент, так как γ_{xy}=γ_{yx}, $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$ и $\gamma_{xz} = \gamma_{zx}$.

В случае, если три главных направления деформации (в которых сдвиги равны нулю) заранее известны и их можно совместить с координатными осями, тензор деформации характеризуется совокупностью трех главных удлинений

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \tag{9}$$

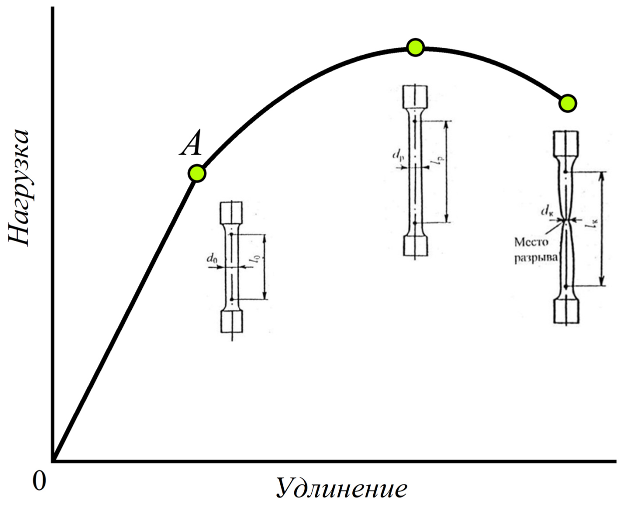

Рис. 6. Диаграмма деформации.

3. Диаграмма деформации

Одной из важных задач науки о механических свойствах металлов и сплавов является установление закономерностей, связывающих напряжения, которые возникают при приложении той или иной нагрузки с соответствующими деформациями.

Связь между напряжением и деформацией (или нагрузкой и смещением) в большинстве случаев довольно сложная и может быть описана диаграммой деформации (рис. 6).

Чаще всего экспериментально зависимость между напряжением и деформацией определяют с помощью испытания на растяжение при котором обеспечивается постоянная скорость деформации и одновременно проводится регистрация усилия.

Пример диаграммы, полученной при растяжении цилиндрического образца, приведен на рис. 6. Видно, что кривая растяжения состоит из трех различающихся участков: первый характеризуется прямой пропорциональностью между нагрузкой и удлинением и обратимостью деформации (после снятия нагрузки длина образца восстанавливается); на втором нагрузка продолжает увеличиваться, но возрастает менее резко, чем на первом, и деформация уже необратима, но распределена равномерно по длине образца; на третьем участке нагрузка уменьшается, на образце образуется "шейка"и в конце участка наступает разрушение. На рисунке: l_0, d_0 - начальные длина и диаметр; l_p, d_p - длина и диаметр максимально растянутого образца; l_k - конечная расчетная длина, d_k - минимальный диаметр в месте разрыва. Кривая растяжения при испытании различных материалов может быть более сложной.

4. Схемы напряженного и деформированного состояния

Результаты механических испытаний в значительной мере определяются схемой напряженного состояния, которая задается в образце условиями его нагружения.

Один и тот же материал может проявлять резко различные характеристики прочности и пластичности, если его испытывать при разных схемах напряженного состояния. Всего существует восемь схем, которые показаны на рис. 7 вместе с тензорами напряжений. Приведенные схемы применимы, строго говоря, лишь в области упругой и равномерной деформации. В процессе реальных испытаний, особенно после начала сосредоточенной пластической деформации, эти схемы могут значительно изменяться.

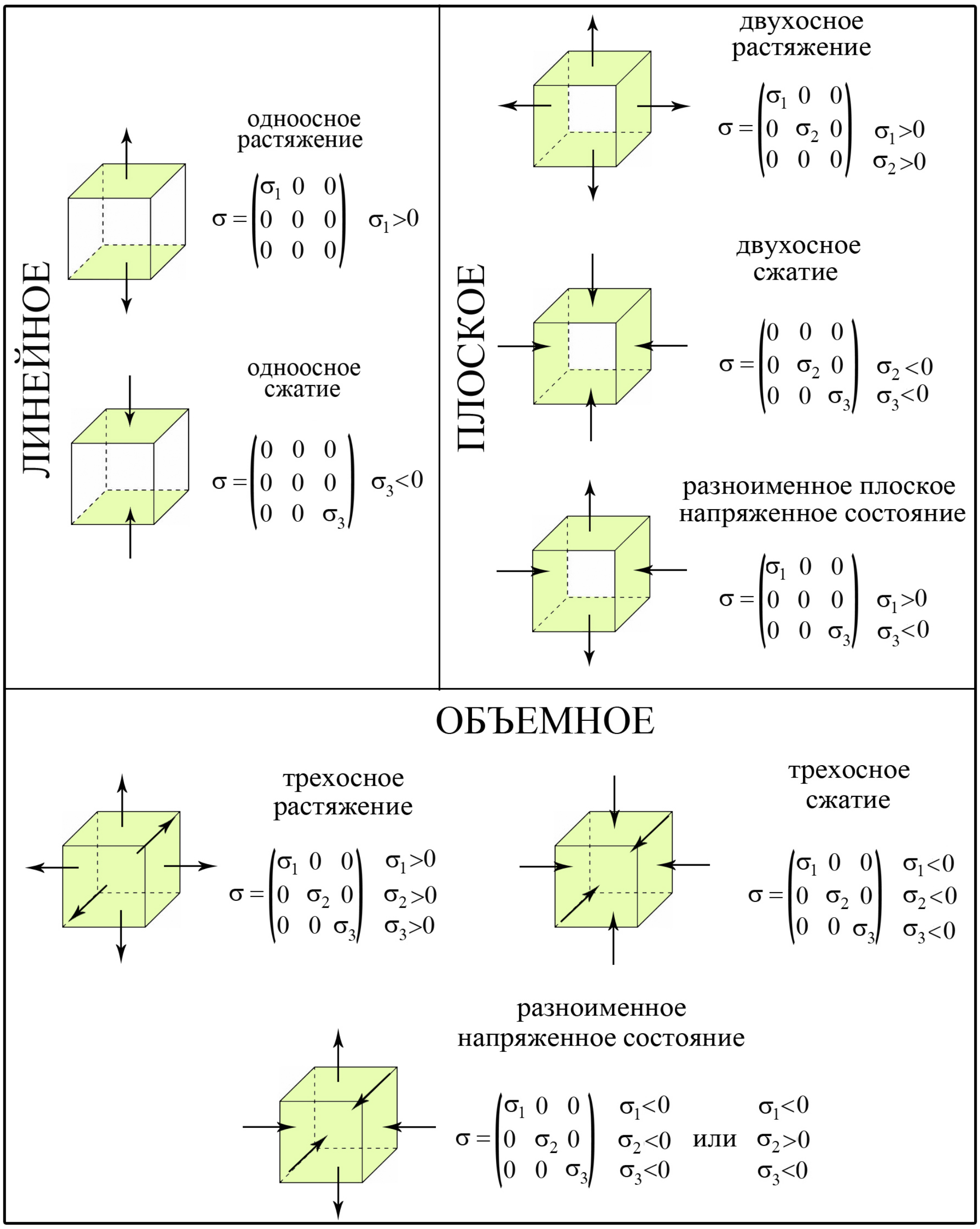

Рис. 7. Диаграмма деформации.