

# Практическое занятие №5

## Моделирование физических процессов в SciLab

**Варианты заданий:** ваш порядковый номер в журнале.

Результат представить в отчете. Обязательно наличие программного кода и графиков.

**Задача:** Вертикальный цилиндрический резервуар высотой  $h$  метров и радиусом  $R$  метров наполнен жидкостью. На дне резервуара образовалась щель, которую заметили через  $q$  часов. К этому времени высота жидкости составляла  $a$  метров. Скорость истечения жидкости пропорциональна высоте ее уровня в резервуаре. Сколько времени потребуется, чтобы высота жидкости составила  $b$  метров? Какой объем жидкости к этому времени вытечет?

**Решение.**

Скорость изменения объема жидкости пропорциональна высоте уровня жидкости. При коэффициенте пропорциональности  $k$  получим:

$$\pi R^2 x'(t) = kx, \pi R^2 \frac{dx}{dt} = kx. \quad (1)$$

Разделим переменные и проинтегрируем уравнение:

$$\pi R^2 \frac{dx}{x} = k dt, \pi R^2 \ln(x) = kt + C. \quad (2)$$

В начале при  $t=0$  цилиндр полон, то есть  $x = h$ .

Это условие позволяет найти произвольную константу  $C$ :

$$\pi R^2 \ln(h) = C. \quad (3)$$

В результате получим решение дифференциального уравнения:

$$\pi R^2 (\ln x - \ln h) = kt, \pi R^2 \ln \frac{x}{h} = kt. \quad (4)$$

Найдем коэффициент пропорциональности  $k$ , используя условие, что через  $q$  часов высота жидкости составляла  $a$  метров. Если  $t = q$ , то  $x = a$ , тогда:

$$\pi R^2 \ln \frac{a}{h} = kq. \quad (5)$$

Решение уравнения примет вид

$$t(x) = q \frac{\ln(x/h)}{\ln(a/h)}. \quad (6)$$

Высота жидкости составит  $b$  метров, если пройдет  $t(b)$  часов:

$$t(b) = q \frac{\ln(b/h)}{\ln(a/h)}. \quad (7)$$

К этому времени из резервуара вытечет  $V = \pi R^2(h - b)$  м<sup>3</sup> жидкости. Выполните расчеты для заданных параметров  $a, b, q$ .

**Пример.**

Параметры:  $a=6, h=10, q=1...5, x=10, 9.5, \dots, 2$ .

На рис. 1 показаны графики изменения высоты жидкости в цистерне, если первоначальная протечка была обнаружена, когда уровень жидкости уже опустился с высоты 10 метров до 6 метров. Если такой уровень был обнаружен уже через один час, жидкость будет вытекать быстро. До уровня двух метров она опустится через три с небольшим часа. Если протечка была обнаружена через 2 или 3 часа, то снижение уровня жидкости будет более медленное.

По результатам расчетов необходимо построить три графика:  $x(t)$  для разных значений уровня жидкости. На каждом из графиков должно быть три кривых для трех значений времени после которого была обнаружена протечка.

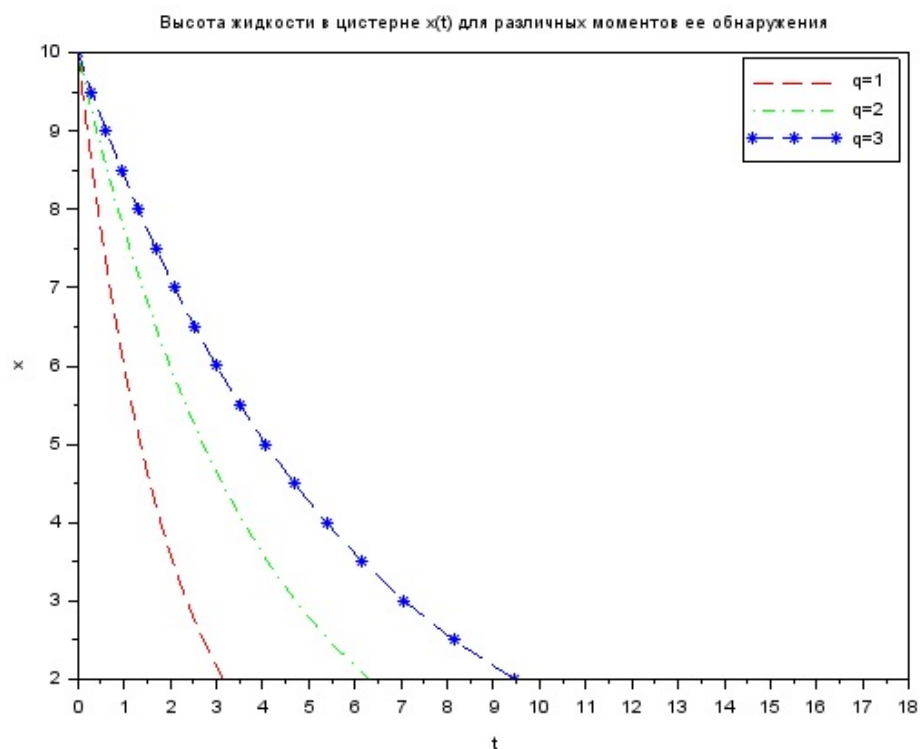


Рис. 1: Пример выполнения задания 1 при разных заданных параметрах.

### Литература

Задания были адаптированы из  
 Математическое моделирование в решении прикладных задач: сб. науч. тр. /  
 [под науч. ред. Г.А. Тимофеевой, д-ра физ.-мат. наук и О.В. Куликовой,  
 канд. пед. наук]. - Екатеринбург: УрГУПС, 2015. - Вып. 3 (208). - 87 с.

Таблица 1: Варианты к заданию 2. Во всех вариантах  $x$  меняется от 10 до 2 метров, а высота цилиндра  $h=10$  м.

| Вариант | $a$ , м     | $q$ , ч |
|---------|-------------|---------|
| 1       | 6, 8, 9     | 1, 2, 3 |
| 2       | 3, 4, 6     | 1, 2, 4 |
| 3       | 3, 5, 7     | 1, 3, 4 |
| 4       | 6, 7, 8     | 1, 2, 3 |
| 5       | 4, 5, 6     | 1, 2, 5 |
| 6       | 3.5, 5.5, 7 | 1, 3, 5 |
| 7       | 5.5, 8.5, 9 | 1, 3, 4 |
| 8       | 5, 7, 9.5   | 1, 2, 3 |
| 9       | 4, 4.5, 5   | 1, 3, 5 |
| 10      | 2, 5, 6     | 1, 5, 6 |
| 11      | 8, 8.5, 9   | 1, 4, 6 |
| 12      | 6, 6.5, 8   | 1, 4, 5 |
| 13      | 6, 7, 8.5   | 1, 3, 6 |
| 14      | 6.5, 7.5, 9 | 1, 3, 4 |
| 15      | 5, 5.5, 7   | 1, 2, 6 |
| 16      | 3, 7, 8     | 2, 4, 6 |